

Matemática y filosofía contemporánea

Javier de Lorenzo

Las relaciones entre Matemática y Filosofía han sido, desde siempre, de encuentros y desencuentros, con momentos en los cuales el Hacer matemático ha condicionado el pensar filosófico y momentos de radical alejamiento entre estas dos actividades humanas. En algún instante, un matemático como Gauss no se atrevía a publicar sus investigaciones geométricas por temor “al griterío de los beocios”, el de los “filósofos” del idealismo seguidores de Kant y, en carta privada, reconocía que entre esos beocios el único que se podía salvar, y con muchos reparos, era Kant. La separación entre Matemática y Filosofía se iba haciendo, en el siglo XIX, absoluta. Un desencuentro que ya venía de lejos, con algunos destellos de enlaces íntimos, que siempre han beneficiado al filósofo.

1. De filósofo natural a propagandista mediático

En los siglos XVI y XVII se tiene la creación de la Ciencia en su sentido actual. Una Ciencia, un conocimiento científico que, para serlo, adopta el Hacer matemático como uno de sus vectores directores. Pero es el propio Hacer matemático el que sufre en esos siglos un auténtico proceso transformador sin el cual no hubiera podido convertirse en tal vector direccional para la praxis científica. En los siglos XVI y XVII se producen auténticas “revoluciones” en la praxis matemática: es el período en el cual se elabora el álgebra cartesiana, se crean el análisis infinitesimal y el cálculo de probabilidades, surge el lenguaje ideográfico que compone la calificada “revolución simbólica”, y también los cálculos apoyados en la trigonometría, en los logaritmos así como la instauración de un nuevo método demostrativo: la inducción completa...

En lo social es el momento en el que se establecen las Sociedades y Academias, se editan las primeras revistas científicas, se inicia una incipiente pero ya irreversible profesionalización del geómetra.

En el plano organizativo teórico proposicional y en el metodológico esas revoluciones, y frente a lo estrictamente constructivo, se confinan en el método euclídeo

y de tal manera que el *more geometrico* se impone en el hacer científico pero también en el pensamiento filosófico en general. Es lo que plasmará espléndidamente Newton en *Filosofía natural según principios matemáticos* al culminar un proceso en el que intervienen figuras que van desde Kepler y Galileo hasta Huygens. Algunos enfocan estos Principios no sólo como leyes de la physis, de la naturaleza, sino como auténticos *archai* o generadores del conocimiento de esa physis y de esta manera los convierten en instrumentos para el cálculo, la medida, la derivación argumentativo-demostrativa.

Principios matemáticos que se estimen o no como generadores del conocimiento son obtenidos por la razón natural y no por la revelada, no por elemento trascendental alguno. Razón matemática frente a razón revelada como una de las bases con la cual obtener conocimiento de la naturaleza, de la physis. Un conocimiento que se intenta obtener no por el conocimiento en sí o por desarrollar la matemática por la matemática, sino que con él se pretenden modificar las condiciones de la physis, del entorno en el que vive el hombre para beneficio de éste como ya expresara Descartes. Modificación que conlleva, claramente, el intento de modificar el entorno material y, con él, las condiciones sociales y éticas de los ciudadanos. Modificación apoyada en el uso del análisis que, como había afirmado muchos años antes Barrow, es una “cierta manera de emplear la razón en la solución de problemas, y la invención o prueba de conclusiones, de la que a menudo se hace uso en todas las otras ciencias” y no ya en matemáticas, física o ética.

Desde su radical transformación, el Hacer matemático condiciona, de una u otra manera, el conocimiento y el desarrollo técnico así como la organización proposicional de nuevas disciplinas como la ética, la política... y, con ello, del pensamiento filosófico hasta el punto de que se termina identificando el término “filósofo” con el de “filósofo natural” y éste, a su vez, con el de “físico” que, por su lado, no es otra manera que llamar a uno “geómetra” o matemático. Identificación que alcanza su máximo esplendor en los Ilustrados franceses.

Todo tiene su vaivén o proceso dialéctico, su momento de gloria con su contrapeso obligado. Y va a ser Kant, uno de los últimos ilustrados, quien establezca una diferencia radical entre el Conocer y el Saber, propiciando la existencia de una barrera entre lo que posteriormente se denominarán Ciencias de la Naturaleza, de la physis, y Ciencias del espíritu o Ciencias Humanas.

A partir de esta diferencia, el conocimiento de la physis se asigna al filósofo natural por modo exclusivo y se establece que este, para obtener ese conocimiento, tiene

que apoyarse en el hacer matemático por un lado, en lo experimental por otro. Paulatinamente, y a partir de estos momentos, el término “filósofo natural” pierde su sentido en estos campos y en su lugar se utiliza el de científico y, más en particular, el de físico.

El saber, por su lado, no puede venir apoyado en la matemática y se convierte en el oficio exclusivo del filósofo: un saber que según Kant centra sus temas, sus grandes cuestiones, prácticamente en tres: *Dios*, el *mundo*, el *espíritu*. Cuestiones para las cuales no parece que pueda haber cálculo, medida ni peso, es decir, no pueden tratarse matemáticamente pero tampoco de ellas se hace posible elemento experimental alguno.

Con ello el filósofo también deja de ser filósofo natural para convertirse, desde ahora, en sólo filósofo o, como mucho, metafísico ontológico, sin conocimiento pero sí con saber a pesar de que su método es una pretendida razón “natural” no revelada. En el fondo se convierte en una especie de predicador laico, sustituto desde lo académico del sacerdote en el púlpito. Es el filósofo quien aboga, incluso, por la constitución de una nación como la alemana y, para ello, provoca ese “griterío” tan denostado por Gauss; o es el que lucha por construir una sociedad utilitaria y demócrata-liberal donde no haya discriminación entre los sexos y el hombre sea un individuo libre... En el ámbito del saber, el filósofo no ha de invocar a la razón que procura el conocimiento, una razón que se ve ligada o identificada a la matemática a la vez que a lo experimental, sino que tiene que acudir a, o crear, otro tipo de razón. Y el filósofo acude o crea un nuevo tipo de razón más o menos artificial que liga con la historia, la dialéctica, la voluntad, el vitalismo... y con cualquiera de ellas entra de lleno en la Filosofía Política, en la Economía, la Ética o Filosofía Práctica.

Kant no sólo había entrevisto un criterio de demarcación con la consiguiente escisión entre la Matemática -y su conocimiento asociado y transformador de la physis- y el pensamiento filosófico como saber; también ha establecido un programa por el cual la filosofía asume el papel, desde ahora, de ser la única poseedora y a la vez guardiana del pensamiento, como si el matemático no pensara. Una escisión que, para ser justos, también viene propiciada por el desarrollo y avance del conocimiento científico a lo largo del siglo XIX, de los procesos industriales y técnicos que obligan a la especialización en distintos campos, incluso a plantear como problema la unión de las diferentes disciplinas científicas y su paulatina babelización.

En esta línea, y agregando a las razones histórica, dialéctica, vital, normativa... métodos como los hermenéuticos y los fenomenológicos –si es que ambos son

diferentes y son métodos en sentido estricto-, el siglo XX ve la transformación de la figura del filósofo y su transfiguración en intelectual, en lo que se autoconsidera conciencia sociopolítica de cada momento. Si Stuart Mill pretendía transformar la sociedad, Marx asignaba al filósofo, en idéntica línea, el papel de transformador de la misma. Con lo cual el filósofo, de predicador laico en el púlpito académico, pasa a tener el papel de filósofo-intelectual pretendidamente renovador de lo social, alejado siempre de los terrenos de lo científico y ligado, de una u otra manera, a unos poderes políticos de los cuales se hará crítico oficial o portavoz también oficial.

Para potenciar desde lo mediático esa imagen del filósofo, y por contraposición, se construye una imagen deformada y deformadora del científico. Como ejemplo de esta imagen deformadora se tiene la afirmación de que el científico se maneja espléndidamente bien en su terreno acotado de especialista pero, y en expresión de Ortega y Gasset, es un hombre masa porque si abandona la estrechez de su campo profesional carece del saber necesario para opinar de lo social, de lo artístico, de lo político, de lo humano en general con mínimas garantías de solidez. A pesar de lo cual, y apoyado en un posible prestigio que ha ido adquiriendo la ciencia en la sociedad actual, ese científico opina e incluso pretende pensar, con lo que revela su radical insipiente. Y, recordando la imagen de las polis griegas con la pretensión platónica de orientar y asesorar al tirano de turno, es al filósofo orteguiano, como auténtico depositario del saber, a quien corresponde el oficio de orientar los destinos sociopolíticos de la nación a la que pertenece al pretender componer los discursos, el programa político, del tirano o dictador de turno.

Sin llegar a esos extremos orteguianos, y tratando de evitar el desgajamiento existente entre Ciencia y Filosofía, en los años treinta del siglo veinte, un grupo de intelectuales intentó renovar los ideales de la Ilustración. Son los intelectuales que componen el denominado Círculo de Viena, lo que mantiene el positivismo o empirismo lógico. En su programa, rechazan el pasado y pretenden la reconstrucción y transformación de la sociedad, transformación en la ciencia y en el arte y, por supuesto, en la filosofía. Es en esta donde consideran que se ha producido un punto de inflexión sin retorno con el paso a una nueva filosofía en la cual todo lo que sea cognoscible puede ser expresado en un lenguaje cuya apoyatura sintáctica esencial es la lógica matemática identificada con la matemática.

Giro decisivo y sin retorno hacia una filosofía nueva desde el cual se demarca nítidamente lo que es filosofía natural de lo que es mera pseudofilosofía, utopía

simbólico-religiosa o pseudociencia: se vuelve al criterio de Hume de que aquello que no contenga matemática debe ser eliminado. El objetivo se sitúa ahora en transformar a la sociedad a partir de la cultura en todas sus manifestaciones y, sobre todo, desde la educación como requisito esencial para alcanzar esa nueva sociedad. Entre las distintas disciplinas, una especial, la arquitectura que se enfoca como apoyatura para conseguir formas útiles para cada ciudadano, para su vida personal y colectiva. En cualquier caso el filósofo se continúa viendo como el verdadero y auténtico transformador de lo social y no solo del pensamiento puro.

Grupo de intelectuales que encontró en la Física el modelo a seguir, pero una física que era, simultáneamente, matemática por la geometrización del espacio-tiempo que suponía la teoría de la gravitación, la teoría de la relatividad. Se volvía, así, a la posición que plasmara Newton apoyando el conocimiento de la physis en los principios matemáticos, aunque ahora esos principios se entienden no como generadores del conocimiento sino como base para la sintaxis estructural de las teorías científicas. A su vez, la exigencia de que junto al plano teórico se tuviera la posibilidad de contrastar, de testificar los enunciados de esa teoría, se convertía en el criterio de demarcación para distinguir las teorías científicas de aquellas que no eran más que la manifestación de ideologías.

Se insistía, nuevamente, en la búsqueda de un criterio de demarcación como lo había intentado Hume y había plasmado Kant con su valoración asociada: valoración por la cual, las teorías falsables se consideraban científicas y, por ello, aceptables y dignas de ser estudiadas y desarrolladas; las no falsables, meras ideologías que había que dejar a un lado si no suprimir. Valoración en cierta manera en la línea de Hume y opuesta a la mantenida por Kant para quien la metafísica mostraba, en el fondo, una valoración superior al simple conocimiento de la physis y, con él, al conocimiento y manejo de la matemática.

Como buenos ilustrados, terminaron como sus homólogos anteriores. Lo que triunfó en los distintos países del mundo occidental fueron las dictaduras más férreas jamás conocidas que suprimieron cualquier intento de transformación social en la línea de estos intelectuales. Esas dictaduras se apoyaron, precisamente, en ideologías no falsables precisamente, y en algún caso hasta en lo que llamar utopías de carácter estrictamente simbólico con el que mantenerse en el poder.

El final de la Guerra Mundial no supuso su fin sino su cambio a lo que se calificó de Guerra Fría, con su plan Marshall pero también con su muro de Berlín y sus

dos bloques político-militares contrapuestos. Y eso conllevó que desde los primeros años cincuenta se mantuviera la figura del intelectual comprometido mezcla de filósofo y propagandista y, a la vez, autor de novelas y de obras de teatro, alejado de cualquier barniz científico.

El existencialismo impuso su papel en lo mediático y una de sus líneas, a lo Sartre, potenció lo que se quería una razón dialéctica, mientras que otra potenció más la llamada hermenéutica crítica, a lo Escuela de Frankfurt. En ambos casos, unos pretendidos tipos de razón enfrentados con la razón lógico-formal calificada de instrumental que, para cierto tipo de ideólogo, se encontraba al servicio del capitalismo liberal y no al servicio del capitalismo de estado como en cierta manera lo estaban las anteriores. Es justo reconocer que el existencialista o el hermeneuta fenomenólogo crítico no se encontró solo protagonizando el papel de pensador comprometido: junto a ellos, se tienen figuras como la de Bertrand Russell con sus manifestaciones y sentadas en las calles, con la creación de tribunales para juzgar crímenes de guerra y la protesta contra guerras como la de Vietnam.

En cualquier caso, el filósofo-intelectual comprometido como figura que hace de conciencia moral, toma el papel protagonista para dos de los grandes temas que había señalado Kant como específicos del filósofo: los del *mundo* y el *espíritu*. Temas cuyo tratamiento venía sesgado, ciertamente, por las circunstancias históricas del momento; también el compromiso moral depende de las circunstancias histórico-geográficas y en algún caso la despreciada razón instrumental o lógico-formal se adoptaba por quienes aparentemente la despreciaban como arma frente a quienes, desde el poder, sostenían la razón aristotélico-escolástica...

Al variar esas circunstancias, y de inmediato, ese tipo de intelectual vino a ser reemplazado por el ensayista y, básicamente, por el periodista, por el propagandista y pretendido creador de la opinión pública. La filosofía sustantiva, si es que había quedado algo de ella, se refugió en los centros universitarios, se profesionalizó y atomizó en lo académico.

Un paso que llevó, fundamentalmente, a que la filosofía perdiera su carácter sustantivo y se adjetivara: pasó a ser *filosofía de* especialmente en los terrenos de la profesionalización académica, aun sabiendo que los científicos siempre se habían preocupado, y pensado, por el hacer que practicaban sin llegar, sin embargo, a crear cátedras de ese pensamiento. Una preocupación de los científicos que no se reflejaba en lo académico y por ello, y para algunos filósofos, carecía de valor: en línea orteguiana,

es al filósofo a quien corresponde pensar incluso sobre aquello de lo que carece de conocimiento pero de lo que tiene saber; un pensamiento que no cabe atribuir al científico que, por no ser filósofo, conoce pero no piensa adecuadamente. En el fondo, de lo que ahora se trata es de crear cátedras, departamentos, revistas, congresos y reuniones..., crear parcelas más bien cerradas con un pretendido poder sectorial profesional.

Todo ello trajo consigo que el radical desgajamiento de la filosofía sustantiva respecto a la praxis científica y, en particular, respecto al Hacer matemático, se hiciera aún más profunda y que la filosofía se centrara, cada vez más, en historia de. La escisión provocada desde Kant, y aireada por Snow por ejemplo, se volvió tema de charla más o menos intrascendente: las dos culturas...

Independiente a ese desgajamiento, el Hacer matemático siguió su curso con su separación, también ahora, respecto a otras disciplinas. La identidad entre el Análisis matemático y la Física que proclamara Poincaré en 1897 en el Primer Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en Zürich, reiterada en el Cuarto congreso de Bolonia en 1908, se había venido abajo. Los físicos se habían escindido en tres grandes campos: Experimental, Teórico y Matemático y se daba prioridad al primero como se mostraba en la concesión de los Premios Nobel. Los matemáticos, a su vez, en dos: los teóricos puros y los que se dedicaban a la matemática aplicada.

La Segunda Guerra Mundial propició eliminar cualquier tipo de escisión en beneficio de un desarrollo de una matemática y unas ciencias centradas en lo bélico. Matemáticos como von Neumann, Turing, Ulam... dedican sus esfuerzos, su trabajo, al igual que los físicos, al avance de tecnologías al servicio de lo militar. Matemáticos que, como Ulam, tratarán de manifestar en sus memorias que siempre fueron matemáticos aunque tuvieran que dedicarse a temas que, por unas u otras circunstancias, parecían alejados de ese hacer matemático, al menos de lo que una imagen muy difundida consideraba matemática “pura”.

Al pasar de una guerra “caliente” a una “fría”, y mientras la filosofía se afanaba en unas líneas existencialistas -las dialécticas y crítico hermenéuticas-, la matemática ve el triunfo de un enfoque puro con la escuela Nicolás Bourbaki. Sorprendentemente, una matemática alejada, en principio, de cualquier tipo de aplicación pero también de las cuestiones que esa escuela calificará de semifilosóficas en cuanto a la naturaleza de los objetos matemáticos, a la naturaleza de qué sea la noción de conjunto.

Y, sin embargo, no se pudo evitar el desencanto: la construcción de la bomba atómica, de los artefactos tecnológico-militares, exigía de la Matemática. El Hacer matemático no era, en ningún caso, tan neutral como se pudiera pretender, ni siquiera en los terrenos considerados más “puros”, los aritméticos o los ligados a la Lógica formal como se quería desde Frege y que en cierta manera los Ilustrados del Círculo de Viena habían adoptado. Aritmética y enfoque formal posibilitaban no sólo la criptografía sino la elaboración y construcción de los algoritmos, posibilitaban la construcción de una Teoría como la de la computabilidad, de las funciones recursivas, posibilitaban crear uno de los elementos centrales para la construcción de los ordenadores. El hacer matemático era clave para la tecnología armamentística, pero también para la aparición de la *Gran Ciencia*, en un período en el que lo tecnológico va a predominar sobre cualquier otra consideración.

Y en plena guerra fría, con los tanques soviéticos en Berlín, en Praga, un genial matemático bourbakista como Grothendieck da el portazo: abandona la Matemática porque ve que esta no es tan pura y tan neutral y lo que importa es, realmente, sobrevivir. Sin embargo, y no muy curiosamente, también para sobrevivir hace falta la Matemática porque lo que un matemático como Grothendieck no quiere ver, ni tampoco Wigner cuando se pregunta, desde una visión casi puramente logicista-formalista de la matemática, por la irrazonable efectividad de esta, es que la Matemática está incardinada en los miembros de la especie humana: gracias a la Matemática, entre otras líneas, es como esta especie ha pasado a ser *homo sapiens sapiens*. Grothendieck, Wigner... no quieren ver que la Matemática ha constituido, en diversas fases de la evolución de esta especie, uno de sus vectores directores esenciales para su transformación y, como tal, esa matemática se ha llegado a incardinar en dicha especie, en lo más humano de la misma.

2. La irrazonable efectividad de la Matemática y su imposible neutralidad...

Para poner de relieve este hecho en el momento actual, y en un mundo occidental en el que se supone la difusión de la publicación que el lector tiene en sus manos, puede ser oportuno solicitar de ese lector un breve ejercicio de simple cambio de objetivo perceptual.

Pido al lector que pase a observar las líneas que hasta ahora ha ido leyendo pero con el cuidado de olvidar su contenido; sólo ha de centrarse en la forma en la que esas líneas están impresas en el papel: líneas rectas en el interior de una hoja de papel en forma de rectángulo. Ese rectángulo es, a su vez, un recinto que se delimita sobre un

fondo, una mesa pongo por caso; una mesa camilla con un tapete rojo sobre el cual hay un círculo de cristal, o una mesa rectangular de madera. En cualquier caso esa mesa es un recinto construido con una forma geométrica, sea circular, sea rectangular, al igual que el libro. Y lo que se tiene es un recinto –el libro- incluido en otro –la mesa-, un dominio o parte contenida en otra que, a su vez, está incluida en otra...

Lo que ahora ha de observar el lector son formas geométricas –líneas rectas, circunferencias, rectángulos- pero también una relación binaria como la de inclusión de unas partes en otras.

Lo que quiero indicar es que el lector está inmerso en un espacio de formas geométricas; aún más, de formas topológicas: las líneas en el interior de la página, que posee sus bordes, su frontera respecto a la mesa contra la cual se apoya. Una frontera que delimita lo que puede ser considerado interior pero también lo que es exterior a la página. No hay interior sin su exterior correspondiente en el entorno local en el que nos situamos y con su frontera incorporada.

El lector se encuentra, él mismo y en este instante, en el interior de un recinto acotado –de una habitación, por ejemplo- y para salir del mismo, para ir a otro recinto, a otra habitación, al pasillo, al parque cercano a su casa, requiere pasar por la frontera que acota esa habitación; punto frontera que, en este caso, es la puerta de la habitación y no la ventana por la cual saldría, aparentemente, al vacío...

No sólo formas geométricas y topológicas, no sólo relaciones como la de inclusión entre las mismas: las páginas llevan grabadas unas cifras numéricas; si abandona la lectura y esta observación y llama a un amigo por teléfono, marcará unas cifras; si sale del recinto y baja por el ascensor apretará una tecla en la cual hay dibujada una cifra; quizá recuerde que él o alguien cercano cumple un número de años uno de estos días o que tiene que cobrar o pagar una determinada cantidad... Cifras y cifras que son la mera representación gráfica de unos números.

Y el libro, el teléfono, el ascensor, la habitación, el edificio en el que se encuentra, la mesa sobre la que apoya el libro, el mismo libro... son ciertamente artefactos, artificios inventados y contruidos por el hombre, pero también lo son las formas geométricas –los rectángulos de las ventanas, de las paredes, de la puerta, el círculo de la mesa camilla, el rectángulo de la mesa de madera...- y las relaciones de inclusión o de otro tipo; como lo son las cifras y los números a los que esas cifras representan y los conceptos, las ideas, las imágenes que se encuentran representadas por los símbolos escritos sobre estas páginas.

El hombre, en el mundo llamado occidental, vive en un entorno de artefactos que él ha inventado y construido con unas formas geométricas y teniendo unas relaciones entre sí, con sus propiedades específicas. Entorno que ha sido posible por los inventos tecnológicos, los procesos industriales, los mecanismos de distribución, los puntos de venta... Inventos y procesos que han exigido de un instrumento conceptual que se ha ido incardinando en la especie humana desde que esa especie lo es: el hacer matemático. Instrumento por su contenido –que ha ido cambiando con sus inversiones y rupturas epistemológicas asociadas-, por sus métodos de cálculo, escritura, razonamiento –que han ido, igualmente, transformándose- y que se ha ido plasmando en haceres y estilos matemáticos distintos.

Un Hacer matemático que en su fase primigenia –cuando la especie se asentó en la Revolución agrícola en el Neolítico- se centró en Contar, Medir, Construir. Y en este último término incorporo la necesidad de elaborar formas geométricas como la noción de perpendicularidad que se mostrará clave de la Geometría métrica euclídea con su ángulo recto como medida métrica absoluta. Perpendicularidad que conlleva, en lo constructivo, una proposición –el teorema de las tres perpendiculares- que el lector “verá” como núcleo de la estabilidad de su habitación. Es el fundamento de la construcción de la vivienda del hombre, fundamento que le permite pasar de la cueva, de la choza, a la casa; de la edilicia, a la arquitectura. Perpendicularidad –con su relación de paralelismo asociada- como esencia de la Geometría métrica euclídea que posibilita el estudio y transformación de un espacio local, de un entorno en el que asentarse el hombre, la tribu a la que pertenece.

La elaboración y la captación de formas, de las relaciones geométricas entre las mismas, pero también de la cardinalidad y de las operaciones que esas relaciones y operaciones posibilitan, constituye un paso primigenio que conduce a un paso posterior: analizar y estudiar las posibles propiedades atribuibles a esas relaciones geométrico-topológicas, a las operaciones aritméticas de contar, medir, construir y, obligadamente, fundamentar. Paso que, como he indicado, conduce de la edilicia a la arquitectura, del cálculo al *aritmós*, de la agrimensura a la geometría. Es un paso que implica un salto al dominio racional y, en él, a la creación de unas formas de razonamiento, a la elaboración de unos procesos demostrativos que refuerzan ese mismo instrumento, la razón, para que con ella se intente controlar y transformar la *physis* en el entorno local en el que se sitúa la tribu, el clan...

Hacer matemático integrado en la especie humana, en sus sucesivas transformaciones y saltos cualitativos. Integrado en lo más cotidiano y perceptivo, en todo lo que entorna al individuo y al grupo al que pertenece y, por ello mismo, parte constitutiva de los productos conceptuales, en particular las ciencias, que ese hombre va construyendo paulatinamente.

Esto último es lo único que se ha ido destacando desde los terrenos históricos y de pensamiento con abandono del hecho esencial anterior. Sólo se han ido mostrando las diversas Físicas o Ciencias Naturales que se han ido creando y que se han tenido que construir a partir, sucesivamente, de campos matemáticos como el cálculo de fluxiones o análisis infinitesimal y el espacio métrico euclídeo asociado; las ecuaciones diferenciales, las series de Fourier, el Análisis de variable compleja, las geometrías diferenciales intrínsecas, los espacios métricos riemanianos, las álgebras de Lie, los espacios normados, la medida e integral de Lebesgue, las ecuaciones diferenciales cualitativas, los espacios fibrados, la teoría de cuerdas... Por no mencionar los apoyos en los algoritmos y la teoría de la computación, en la criptografía aritmética, en el Cálculo de Probabilidades y la Estadística y el razonamiento bayesiano...

Pero no hay que adentrarse en teorías estrictamente matemáticas como las antes mencionadas, y muchas otras, para aceptar lo que se ha querido calificar como la “irrazonable” efectividad de la Matemática que se tiene no sólo en la praxis científica porque también en ella es un elemento constitutivo. Ya Kant, al proclamar sus criterios de demarcación, lo había establecido con nitidez y había dado por supuesto que no puede haber conocimiento de la physis sin el hacer matemático y de ahí su pregunta nuclear en la **Crítica**: cómo es posible ese conocimiento. Es pregunta que da por admitida la efectividad, nada irrazonable, de la Matemática para ese conocimiento por constitutivo del mismo.

Por ello he querido insistir aquí en el hecho de que es en la propia vida, en el entorno de cada individuo donde esa matemática está presente y que puede llevar a alguno –al matemático- a vivir su vida matemáticamente como pretendiera Brouwer y no sólo en la constitución de las distintas disciplinas científicas.

Ello no implica que desde el desgajamiento producido a partir del siglo XIX, el Hacer matemático tenga papel importante en lo mediático, que se ha convertido ahora en el terreno específico de quien se pretende filósofo, del autotitulado pensador. Como mucho alguno de estos pensadores adopta algún elemento o fórmula, bien de la Matemática o más bien de la Física, para adornar su ensayo con la pretensión de que

con ese adorno su trabajo adquiriera un matiz de gran profundidad, de objetividad y necesidad, dada la valoración social que tiene el conocimiento científico en momentos como los actuales. Y así, en algunos libros o ensayos, para dar el carácter de estudio serio, científico y no simplemente especulativo, se acude a las fórmulas matemáticas aunque se pide al lector que, en caso de no dominar, de no saber leer matemática, se salte dichas fórmulas. Con lo cual esas fórmulas matemáticas, no ya el pensamiento matemático, cobran el papel que pudieran tener en otro tiempo las fórmulas mágicas para el gran público: con ellas se pretende potenciar la imagen mediática que se expresa en “lo dice la ciencia”.

Una inclusión de fórmulas que, en realidad, es mero juego de palabras porque no está auténticamente integrado en el pensamiento expresado en esos ensayos. Las denuncias de Sokal fueron muy duras en este terreno, pero bastante coherentes a pesar de las réplicas y polémicas que se produjeron especialmente en el ámbito del “pensamiento” francés.

3. Matemática y pensamiento

Consecuente con lo anterior la Matemática, y más aún las Ciencias Naturales, como disciplinas o haceres, siguieron sus caminos en paralelo respecto al seguido por la Filosofía más o menos asentada en lo académico a lo largo del siglo XX.

De los tres temas que Kant había considerado específicos del filósofo, los ligados a la Metafísica, los del mundo y el espíritu fueron inmediatamente asumidos por la Filosofía práctica, la Teoría Política, la Ética. Pero en el último tercio del siglo XX el espíritu se ha ido convirtiendo en tema científico especialmente ligado a disciplinas como la Biología, la Química, la Neurología, las denominadas Ciencias Cognitivas.

Además, y fundamentalmente desde la incorporación del silíceo en 1971 a los microprocesadores y al consiguiente desarrollo de la red, algunos pensadores sugieren que las nuevas tecnologías apoyadas en la Informática expulsan de modo definitivo, si no eliminan, al llamado espíritu de lo que se había considerado su terreno propio, de las calificadas Ciencias Humanas o del Espíritu. Expulsión porque tanto la Conciencia como ese espíritu se muestran simples efectos o resultado del entorno tecnológico-mediático que propicia la red. Y ni siquiera se acepta una filosofía de los medios de comunicación que ponga de relieve unas ciencias del hombre porque esos medios también se enfocan como técnico-mediáticos. Y ello conlleva que, cada vez más, quienes se consideran filósofos se vayan refugiando en las cuestiones éticas que se originan desde la Biología, desde estas ciencias, desde los medios tecnológicos.

Por su lado, el tercero de los temas específicos asignados por Kant al filósofo, el tema de Dios, había quedado prácticamente eliminado a lo largo del siglo XIX tras los ensayos de Nietzsche, de Marx. Sin embargo, desde la Cosmología y desde la Teoría de la Evolución es cuestión que ha renacido aunque, una vez más, marginada a la filosofía. Y se han planteado, y cobrado un papel socio-político importante en algunos países, cuestiones como las del diseño inteligente, el principio antrópico, los mundos paralelos... que se utilizan para discutir a favor o en contra de la existencia o no, de la necesidad o no, del demiurgo utilizando igualmente un modelo cosmológico como el de la Gran Explosión.

Es el caso de las últimas obras de científicos como Hawking con su libro **El Gran Diseño** o matemáticos como Penrose o, más en el campo de la semi-vulgarización, de un matemático como Stewart. Y se quiere que la ciencia, no la filosofía, tenga la última palabra sobre la cuestión existencial divina.

Más grave es lo ocurrido en el campo de las Ciencias en sí desde la segmentación departamental académica producida a lo largo del siglo XX. En este siglo la Matemática pareció seguir su curso mientras la Física, las Ciencias Naturales seguían el suyo, en rutas que se pretendían, desde el bourbakismo por un lado, desde los científicos naturales por otro, separados y ello a pesar de la íntima colaboración mostrada a lo largo de la Segunda Guerra Mundial. Una separación radicalmente artificial y con perjuicios para ambas partes como se tuvo que reconocer desde los años setenta del siglo pasado.

Reconocimiento que lleva, con fuerza creciente, y desde el último tercio del siglo XX, a intentos de sincretismos, de pretendidas ideas de globalización. Han ido surgiendo distintas corrientes que tratan de evitar los compartimentos estancos, las demarcaciones estrictas y buscan enlazar la praxis de las distintas disciplinas entre sí. Y así se ha ido convirtiendo en tema de discusión pretendidamente filosófica el de la transdisciplinariedad: buscar lo que de común puedan tener diferentes disciplinas. Algo común que no sea acudir a las difusas capacidades cognoscitivas individuales o al empedrado de unas fórmulas que no vienen a cuento, sino más bien acudir o hacer llamada a lo que calificar de estilos de razonamiento, acudir a los elementos científicos subyacentes que puedan ser válidos para las diferentes áreas en las que se ha ido escindiendo el saber y no sólo el conocer científico en los términos kantianos.

Un proceso que ha ido en paralelo a lo ocurrido en el Hacer matemático donde, desde el mismo bourbakismo, se fueron entrelazando los diversos campos conceptuales

en una simbiosis o síntesis desde la cual se puedan atacar, y resolver, alguno de los problemas que se han querido enunciar como los propios del milenio en el que nos encontramos. Síntesis que ya mostró su fecundidad, pocos años antes, con la resolución del problema de Fermat por parte de Wiles y que ahora ha permitido resolver la conjetura de Poincaré por parte de Perelman.

En paralelo al Hacer matemático se ha ido asumiendo que tanto la Matemática como las diversas disciplinas cognoscitivas sectoriales no son sólo productos humanos sino producción de esos humanos y por ello se ha ido centrando la atención no sobre el resultado de un hacer sino sobre el mismo hacer, sobre la praxis en sí del matemático, del científico, del pensador o, en planos más clásicos, se ha potenciado el plano heurístico y no ya el de fundamentación. Y como toda producción, sea Matemática o científica, exige de un proceso, el productivo, hay que detenerse en el análisis de las prácticas de ese proceso, de una praxis que, en la terminología que vengo utilizando desde hace ya varios años, califico de haceres.

Si considerar la Matemática como un Hacer, como una praxis con sus inversiones y rupturas epistemológicas, con sus estilos propios, fue novedad en los años setenta, algo incomprendida y hasta denostada en los momentos en que la enuncié y sostuve, hoy se ha convertido en lugar común. Dada la situación profesional académica actual ese lugar común se ha convertido en tema profesionalizado con sus miembros, escuelas y tendencias correspondientes. Y así, en el caso de la Matemática, se ha constituido una asociación que tiene como objetivo tratar la “filosofía de la práctica matemática” en general; asociación que, por supuesto, ha anunciado ya sus simposios y reuniones internacionales correspondientes para el futuro. En concreto, ya tenemos creada en 2009 una *Asociación para la Filosofía de la Práctica Matemática* (APMP) que ha su primera asamblea el 11 de Diciembre de 2010 como parte de su primera reunión internacional mantenida en Bruselas.

He indicado que, también en paralelo, se ha ido poniendo de moda este enfoque en las restantes disciplinas.

4. De Estilos, Imaginación y Potencia creadora: los Entes de Ficción

En esta línea dejan de ser llamativos los intentos actuales para una unión Ciencia Arte desde la perspectiva, básicamente, de que son haceres creativos y, como tales, pueden tener rasgos en común. No se trata de adoptar como posible modelo la concepción de unas geometrías de n dimensiones con sus espacios asociados que se apliquen en el cubismo por ejemplo, o las ideas de un atomismo cuántico que se plasme

en cuadros a lo Dalí, o la concepción geométrica en Mondrian y el abstraccionismo del punto y la línea en Kandinsky, o la máquina y la pintura mecanomorfa de Picabia; ahora se intenta el enlace a través de los procesos de creatividad que conllevan, a la vez, su expresión plástica y estilística asociada.

Si en Arte, en las llamadas Bellas Artes, se ha podido hablar de estilos también los hay en el Hacer matemático ya que como producción y producto humanos dependen del momento histórico en el que se realizan y del entorno geográfico en el que trabajan los matemáticos. Es lo que puse de manifiesto ya en 1971 frente al entorno formalista bourbakista predominante entonces en el ámbito académico español, en el ámbito académico general. Es claro que el momento histórico y el entorno geográfico condicionan lo que se pueda producir, cómo se produce y cómo se expresa esa producción al igual que el público al cual se dirige.

Desde este enfoque se puede admitir que hay cierto paralelismo en los procesos creativos, constructivos del artista y del matemático, del científico en general al igual que en sus mecanismos expresivos. Paralelismos y analogías que conviene tener presente y destacar si es preciso. Teniendo en cuenta, siempre, que lo que tenemos aquí son analogías, no identidades porque, a pesar de lo que hoy se difunde, no todo vale en Arte como no todo vale en el Hacer matemático. Y si ese “todo vale” se atribuye y extiende desde lo mediático y lo comercial a casi todas las denominadas Bellas Artes actuales, especialmente a la pintura y escultura, hay alguna como la Arquitectura donde los límites se muestran muy claros: el edificio se puede venir abajo...

En este punto se tiene hoy día lo que puede ser simple moda en cuanto al Hacer matemático, condicionada porque el enfoque de fundamentos presentó sus limitaciones formales hace algún tiempo y para seguir hablando, y viviendo, del tema es positivo cambiar a otro tema y nada mejor que al de la praxis. Sin embargo, y más allá de esta posible moda que, como tal, sería pasajera, creo que hay algo más profundo si se toma en serio una de las facetas constructivas propias del Hacer matemático como lo es la creación de los entes de ficción y el papel que estos entes tienen para el conocimiento y la transformación de la physis. Algo que ya Platón señalara al plantear la cuestión de “inquirir cómo es lo que aún no sabemos qué es” (*Menón* 86 e) o, en otros términos, inquirir cómo se puede conocer aquello que de momento no nos es cognoscible. Platón acude al geómetra, “a la manera como discurren los geómetras” para cuando se quiera conocer algo que todavía nos sea desconocido. Platón establece que, en lo epistémico, hay que seguir el modo con el que razonan los geómetras.

Y, desde lo epistémico, un salto a lo ontológico. Porque es el geómetra, con la razón, quien justifica la existencia de unos entes de ficción, como se muestra en el caso $\sqrt{2}$, al que esa razón impone la existencia conceptual como número, ahora irracional. No se trata de medir la diagonal del cuadrado porque toda medición práctica, como la del lado y la de la diagonal de ese cuadrado, es siempre inexacta, aproximada. Se trata de que, a base de la sola razón, se demuestre que es un número diferente al tipo de números hasta ese momento conocidos, diferente a lo par y lo impar, diferente al racional. Y hay que imaginarlo como irracional y de tal modo que sea un número que ha de ir más allá de lo hasta ese momento conocido. Imaginado $\sqrt{2}$ como número sordo, imaginado como número, su existencia como tal número la impone la razón mediante un proceso argumentativo, demostrativo por el cual, puestas ciertas cosas hay que admitir las consecuencias de las mismas. Y no solo impone su existencia, la razón va más allá: también aclara su posible utilidad porque la razón muestra que, con ese número, se puede medir, calcular el área de una figura que, de otra manera, se hace imposible. Es ese nuevo número el que posibilita hallar un cuadrado de área doble de la de uno dado. Con ello refuerza la convicción de que es número porque sirve para medir como servían los racionales.

“Como discurren los geómetras” en el decir platónico aparece como una segunda fase de un proceso que exige de una primera: “Como imaginan los geómetras, los matemáticos”. Dos fases que se muestran como las dos caras del proceso característico del Hacer matemático.

El proceso que he mencionado en el caso de la aceptación de $\sqrt{2}$ como número se vuelve a mostrar en otro momento especial: cuando hay que *imaginar* que $\sqrt{-1}$ también es un número porque tiene su operatividad en manos del matemático. Ahora se trata de un ser que no es, un anfibio entre el ser y la nada como lo calificara Leibniz. Y sin embargo es un ente que posibilita resolver ecuaciones algebraicas incluso elementales. Ente imaginario, ideal, que exige ser justificado de alguna manera como hicieron los pitagóricos con los números sordos, con los irracionales. Las dos fases señaladas, imaginar, demostrar, algunos las intentan apoyar en lo geométrico, en el plano complejo de Argand-Gauss; otros, como Cauchy, buscaron esa apoyatura en las clases de restos módulo x^2+1 de los polinomios en la indeterminada x . Clase de restos que, como polinomio de primer grado, se puede escribir como un par de números reales y, de esta manera, permite su enlace con la representación geométrica de ese imaginario

–ahora en número como par ordenado de números reales- convertido en un punto en el plano complejo, que ya no es un plano métrico euclídeo sino un plano vectorial.

Esa admisión de elementos, de ficciones que hay que imaginar y luego demostrar su existencia, tiene en los indivisibles o infinitesimales otro punto esencial, básico para la construcción del Análisis infinitesimal. Infinitésimos o diferenciales que, siendo, dejan de ser, y por ello se le mostraban como meras palabras para nombrar magnitudes evanescentes al arzobispo Berkeley. Lo mismo que en la Geometría proyectiva los elementos ideales permiten sistematizar y dar coherencia al trabajo geométrico.

Elementos ideales que desde los muy finales del siglo XIX se adoptan en el Hacer matemático como elementos clave para el trato con el infinito actual. Como seres finitos, como hombres concretos “que ha(n) nacido de una madre y va(n) a morir” como escribirá Hermann Weyl, no podemos manejar el infinito actual como un elemento con un referente dado al estilo de esta mesa, del libro que el lector tiene en las manos, y ello porque no somos ni seremos Entes Omniscientes. Pero sí se puede trabajar con el infinito actual como los matemáticos venían haciendo con los irracionales, los infinitésimos, los imaginarios, los ideales...: adoptarlos como elemento ideal, como ficción o idea reguladora para ese Hacer, tomando el término “idea reguladora” en el sentido estricto dado por Kant.

Es aquí donde cabe realizar un paralelismo en el terreno creativo con algunas obras de arte literarias, aunque sin llegar al extremo de supeditar la obra imaginativa de los científicos a un subgénero literario como hiciera Borges en 1964 cuando afirmaba “Las ficciones científicas son una rama muy importante de la literatura fantástica”. En este sentido, los escritores han creado entes de ficción como Don Quijote, Hamlet, El estudiante de Salamanca, Don Juan... Entes de ficción que nos han acompañado en muchos momentos, algunos difíciles y otros fáciles, y nos han hecho sentir felices o angustiados, nos han hecho soñar, añorar, irritar... Entes de ficción como los números algebraicos que acompañaron a Weyl a través de la obra de Hilbert **Sobre la Teoría de números algebraicos** durante el verano de 1905, “los meses más felices de mi vida, cuya luz, a través de los años cargados con nuestra parte común de dudas y fracasos, todavía conforta mi alma” como Weyl escribirá en 1954, un año antes de morir.

Y también son entes de ficción el paisaje tridimensional que se plasma en un rectángulo plano, los Apóstoles de El Greco, los autorretratos de Rembrandt, esculturas como la Venus de Milo o El pensador de Rodin... donde hay forma estructural y ficción

conceptual e imaginativa y también materiales de muy distinto tipo –el óleo, el mármol...- como la materialidad que se tiene en el signo escrito que se exige para representar los entes de ficción creados, imaginados por el matemático.

Entes de ficción que van formando parte constitutiva del entorno humano, que se hacen imprescindibles para el mismo como en otro orden de cosas sostiene Vargas Llosa en su Discurso de Premio Nobel en Diciembre de 2010 y que, desde mi punto de vista, va más allá de lo puramente literario. Sus palabras son enteramente válidas para la imaginación creadora de los matemáticos:

la ficción es más que un entretenimiento, más que un ejercicio intelectual que aguza la sensibilidad y despierta el espíritu crítico. Es una necesidad imprescindible para que la civilización siga existiendo, renovándose y conservando en nosotros lo mejor de lo humano.

Junto al artefacto material y conceptual, junto al desarrollo tecnológico y el ambiente mediático, junto a la red, el ente de ficción. Y ello propicia plantear el papel de los posibles absolutismos que se han asignado a términos como sentido y referencia desde Frege, adoptados con sus intentos de precisión pero también de rigideces, por los filósofos analíticos, por los ligados actualmente al mundo del cognotivismo enlazado con la filosofía del lenguaje. El papel del ente de ficción –literario, artístico, matemático- en lo epistémico, en lo ontológico, en lo pragmático como tema apasionante para todo pensador, tema en el que se puede llegar a mostrar la no escisión, su artificialidad, entre diferentes haceres, en particular entre la Matemática y la Filosofía.