

La matemática en Marx y Engels

Javier de Lorenzo

(Universidad Complutense de Madrid)

Se divide, este ensayo, en dos partes: La primera se quiere descriptiva, una mirada atrás sobre los textos marxianos; la segunda pretende una sugerencia de lectura marxiana actual, a partir de lo que algunos haceres matemáticos han establecido, aceptando como base ya indiscutida que tanto una sociedad como cualquier otro objeto son sistemas dinámicos estructurados, campos de fuerza en permanente proceso tanto de adecuación respecto al medio como de autorregulación y estabilidad internos, con sus transformaciones asociadas.

Notas. 1. Aunque viejo lector de los escritos de Marx y Engels no me considero 'especialista' en dichos autores. Mi posición ha sido, desde siempre, la de lector crítico, es decir, 'enfrentado a', lo que no quiere decir 'opuesto a', pero tampoco 'adorador de'. Simplemente lector que asume críticamente aquello que está de acuerdo con sus ideas propias y rechaza —con total respeto— aquellas con las que no está de acuerdo.

2. Me exijo brevedad, por lo que sólo me apoyaré en algunas citas, no pretendiendo una demostración exhaustiva. El lector de Marx y Engels podrá falsar lo que aquí digo. En cualquier caso, no creo que valga la pena más erudición pormenorizada.

1. EL HACER MATEMÁTICO EN LOS MARXIANOS

Como punto de partida adopto dos afirmaciones hegeliano-marxianas:
a) Aceptar que una cosa es lo que se piensa en el interior de un sistema dinámico y otra muy distinta, y a veces contrapuesta, lo que esa situación es;
b) Partir de lo concreto, en este caso el hacer matemático. Afirmaciones explícitas en Hegel, en Marx y que no son originales sino lugares comunes que todo geómetra ha hecho suyas porque la tarea del geómetra, del científico ha consistido en ir más allá de la apariencia fenoménica para tratar de

aprehender la estructura que se esconde tras lo que esa apariencia muestra. Desde este punto de partida, que exige un estudio a tres niveles, cabe analizar el hecho concreto, el papel del hacer matemático en los textos marxianos, en los puntos siguientes:

1. Lo que opinan y manejan del hacer matemático Marx y Engels.
2. El papel que juega realmente el hacer matemático en ambos autores.
3. Somero análisis y crítica de algunas concepciones marxianas que afectan al hacer matemático.

1.1. *Lo que Marx y Engels opinan y manejan del hacer matemático*

Una advertencia: Hasta la publicación en 1968 de los *Manuscritos matemáticos* de Marx por el Instituto de marxismo-leninismo del PCUS, es en los escritos de Engels en los que se encuentran las mayores opiniones explícitas al hacer matemático. Aceptando la tesis de Sacristán de que hubo una especie de división de trabajo entre Marx y Engels en cuanto al desarrollo de algunos contenidos temáticos, que no en la aceptación de una serie de principios y métodos, voy a centrarme en tales escritos y, fundamentalmente, en *Anti-Düring* y *Dialéctica de la Naturaleza* —respectivamente, *AD* y *DN* en lo que sigue—. Han sido los lugares, por así decir, comunes. Sin embargo, pueden matizarse algunas consideraciones si se tiene presente la edición de los *Manuscritos*. De aquí que haga una especie de escisión en dos apartados: Lugar común; Manuscritos, que aquí mencionaré por *Cartas*.

1. LO QUE OPINAN:

a) En el prólogo a la 2.^a ed. de *AD*, de 1885, Engels reconoce explícitamente:

Una concepción a la vez dialéctica y materialista de la naturaleza supone el conocimiento de la matemática y de la ciencia natural. Marx era un matemático sólido, pero ninguno de los dos pudimos seguir los progresos de las ciencias de la naturaleza sino fragmentaria, irregular y esporádicamente (pág. XXXIV).

Y también se encuentra la promesa de volver, de un modo más coherente, a un tratamiento de la Matemática y de las Ciencias, con la posible publicación de los manuscritos de Marx. Nueva exposición en la cual quedara claro el carácter dialéctico de los procesos naturales y no sólo de los sociales. Promesa con la cual, de realizarse, culminaría la obra marxiana de la cual la Crítica de la Economía Política, la plasmada entre otras en *El Capital*, no sería más que un eslabón. Promesa de un 'programa de investigación' no cumplida, pero a la que volveré reiteradamente.

En este punto se me aparece una muy clara ambivalencia y una cierta evolución en el pensamiento.

Por lo pronto, desde una posición apriorística, se divide el hacer matemático en dos: una Matemática estática y una Matemática dinámica. La primera comprende la Geometría euclídea, el Cálculo numérico elemental e incluye la trigonometría y el estudio de las secciones cónicas. La segunda es la creada por el 'dialéctico' Descartes y formalizada después por Leibniz y Newton y estriba en la Matemática superior: el Cálculo infinitesimal. Este último constituye la auténtica Matemática porque en él se refleja el proceso dialéctico y, básicamente, la ley de doble negación.

Tras esta división apriorística se encuentra una especie de aversión tanto a un cierto tipo de Matemática como hacia los matemáticos. La Matemática que se desprecia es la que no puede describir el movimiento, la estática. En *La Sagrada familia*, refiriéndose al desarrollo materialista que sistematiza Hobbes, Marx indicará:

El movimiento *físico* se sacrifica al movimiento *mecánico* o *matemático*; la *geometría* es proclamada como la ciencia fundamental. El materialismo se torna misántropo (enemigo del hombre) (pág. 195).

Engels, en *DN*, retomará una frase de Hegel en un contexto en el cual nada tiene que ver la Matemática, pero que, por ello, es más significativo:

Como ya puso de relieve Hegel, esta concepción, este 'punto de vista unilateralmente matemático', desde el que la materia se considera como algo determinable solamente en el terreno cuantitativo, y en lo cualitativo es originariamente igual, 'no es otro punto de vista' que el del materialismo francés del s. XVIII. Se trata, incluso, de un retroceso hasta Pitágoras, quien consideraba ya el número, la determinabilidad cuantitativa, como la esencia de las cosas (pág. 264).

Aversión hacia la Matemática cuantitativa o estática donde, siguiendo a Hegel, «ha acabado el cálculo con la costumbre de pensar» (*DN*. 91) porque «los términos verbales no son otra cosa que expresiones, nombres de fórmulas algebraicas a la vista de las cuales lo mejor es no concebir pensamiento alguno» (*DN*. 77). Y han acabado con la costumbre de pensar porque en dichos campos las proposiciones, por un lado, se consideran como verdades eternas y, por otro, utilizan el método axiomático. Y, para Marx y Engels ambos aspectos son concepciones idealistas, erróneas. El método axiomático, que algunos aplican extrapolándolo a la historia, la moral o el derecho, pretende dar la certeza matemática sobre la verdad de los resultados conseguidos, caracterizándolos como verdades auténticas e inmutables, cuando lo único que hace la deducción es mostrar la conexión racional entre las distintas magnitudes. Y este enfoque no es más que un caso particular del método apriorístico ideológico que consiste en la deducción de las propiedades del objeto a partir de unos supuestos, enfoque ideológico o místico que consiste en tomar como hipótesis metafísica la previa existencia del concepto como objeto y, después, definir a ese objeto reificado. Método opuesto al materialista que parte del objeto para alcanzar el concepto que se muestra como símbolo, variable en el tiempo además, del objeto. Punto de partida ideológico, los primeros prin-

cipios se enfocan como verdades eternas, y su verdad se transmite a las deducidas de esos primeros principios por el método deductivo, con lo cual se está enfrentado contra la tesis materialista de que no hay verdades eternas, contra la idea de que toda proposición viene condicionada por cada situación concreta. Engels llega a afirmar:

El que guste de aplicar palabras majestuosas a cosas muy sencillas, puede decir que *ciertos* resultados de estas ciencias son verdades eternas, definitivas verdades de última instancia; razón por la cual se ha llamado *exactas* a estas ciencias. Pero no todos los resultados. Con la introducción de las magnitudes variables y la ampliación de su variabilidad hasta lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande, la Matemática, tan rigurosa en general en sus costumbres, ha cometido su pecado original: ha comido la manzana del conocimiento, la cual le ha abierto la vía de los éxitos más gigantescos, pero también de los errores. Se perdió para siempre el virginal estado de la validez absoluta, de la inapelable demostración de todo lo matemático; empezó el reino de las controversias, y hemos llegado ahora a una situación en la cual la mayoría de la gente diferencia e integra no porque entienda lo que hace, sino por mera fe, porque el resultado ha sido hasta ahora siempre correcto (...). Las verdades definitivas de última instancia van a resultar curiosamente escasas con el tiempo. (AD. 76-77)

La aceptación marxiana de la tesis de que no hay cosas u objetos, sino procesos, conduce a la afirmación de que los conocimientos matemáticos son históricos y, consecuentemente, dependen de la sociedad y del momento histórico en el que se dan. De aquí se extrapola y asegura que las 'leyes' sólo son aptas para un geocentrismo como mucho y para una fase histórica determinada. Afirmaciones, extrapolación que nada dicen porque quizá fuera más importante dar una razón del por qué, siendo dependientes de cada momento histórico en cuanto a su creación o descubrimiento, unas proposiciones como las euclídeas siguen siendo válidas en su contexto propio, el espacio euclídeo, independientemente de cualquier tipo de sociedad y momento histórico en que se han plasmado. Pero éste es un tema que no se toca y que cabría, por analogía, llevar al caso del arte:

Lo difícil no es comprender que el arte y el epos griego se hallen ligados a ciertas formas del desarrollo social, sino que aún puedan procurarnos goces estéticos y se consideren en ciertos casos como norma y modelo inaccesibles. (*Prefacio inédito a Contrib. a la Econ. Pol.*, página 282).

En el caso matemático, goce conceptual y norma tanto para el pensamiento interior matemático como para cualquier otro tipo de conocimiento conceptual. Y no vale recurrir a metáforas como la de la niñez y su encanto aun en medio de una sociedad primitiva. Es decir, nada, o peor.

Por otro lado, y siguiendo a Hegel, se mantiene la afirmación allí donde se trata de conceptos, el pensamiento dialéctico lleva, por lo menos, tan lejos como el cálculo matemático. (DN. 74).

Naturalmente es una afirmación válida según el contexto en el que se aplique. También algunos matemáticos, años antes de que Hegel plasmara esas ideas, habían señalado que el hacer matemático consistía en saltar con los pies juntos sobre los cálculos —evidentemente no los elementales, sino los apoyados en desarrollos en series formales a lo Lagrange o Euler, por ejemplo— para ir en pos de las ideas, de los conceptos. Pero esos matemáticos hacían matemática y creaban otro tipo de cálculos y estructuras formales, y no se quedaban en la mera especulación.

De modo análogo, la consideración respecto al método axiomático no revela sino un claro desconocimiento del mismo, incluso con el error de estimar que los 'axiomas' son proposiciones 'evidentes por sí', error que, ciertamente, no es único de ellos, sino que vino asumido durante largo tiempo incluso por algunos matemáticos y que se mantiene todavía en la actualidad por quienes desconocen tanto el hacer matemático como su historia. Justificable, sociológicamente, por el proceso de divulgación vulgarizadora que toda teoría entraña, proceso en el cual se pierden las matizaciones de los conceptos que el núcleo teórico posee.

En cuanto a los matemáticos, el desprecio es mayor, si cabe. Según los textos, los matemáticos se encierran en su torre de abstracción y creen manejar una matemática 'pura', por lo que nada saben de la auténtica realidad y, consecuentemente, tampoco pueden dar razón de su propio hacer (ver, por ejemplo, DN. 281), a pesar de lo cual desprecian lo que Hegel ha escrito. Y la Matemática ha de estar ligada a la realidad, a los hechos concretos y no dejarse llevar a los campos abstractos, de puro idealismo, en los cuales hasta se puede creer en la existencia real de los imaginarios o de la cuarta dimensión, por lo que un paso más conduce a la aceptación del mundo espiritista de los médiums... (DN. 47),

lo que no es verdad es que en la matemática pura el entendimiento se ocupe de sus propias creaciones e imaginaciones. (...) La Matemática pura tiene como objeto las formas especiales y las relaciones cuantitativas del mundo real, es decir, una materia muy real. (AD. 25)

aunque al alcanzar un cierto punto deben separarse las formas y relaciones de su contenido y pueda llegarse

al final, efectivamente, a las propias y libres creaciones e imaginaciones del entendimiento, a saber, a las magnitudes imaginarias. (AD. 25).

Pero esta separación no implica que esas leyes abstractas del mundo real puedan contraponerse al mismo como algo independiente,

como leyes que le llegaran de afuera y según las cuales tiene que disponerse el mundo (*id.*).

Y porque proceden de la realidad

hace falta una buena porción de ingenua ideología para creer la exposición de los matemáticos, según la cual la primera línea ha surgido por el movimiento de un punto en el espacio... (*id.* 27).

El matemático que se precie de tal ha de verse ligado en su trabajo a los fenómenos naturales, manejando cantidades y relaciones concretas. Es claro que la actitud marxiana no ve que esos fenómenos 'concretos' exigen una radical abstracción previa que los convierte en meros modelos en los cuales alcanzan la categoría de hechos concretos. Modelo, en cualquier caso, simplificador y que, por ello, obtiene toda su potencia al romper con esa concreción, porque de lo contrario no es más que un hacer de cuentas de la vieja. Hacer que es como queda, precisamente, en alguno de los momentos en que Marx intenta la aplicación de la Matemática a sus ideas.

A pesar de la aversión señalada, de la crítica que se realiza respecto a la Matemática, Engels intenta mostrar que, después de todo, también la matemática viene condicionada por las leyes de la dialéctica. Y desde la afirmación de que los 'axiomas' o son tautologías o pueden obtenerse a partir de las leyes de la dialéctica —por un proceso no especificado, pero que no es, no puede ser deductivo formal— pasa a justificar estas ideas apriorísticas. Engels pretende mostrar que ni las proposiciones del Cálculo numérico son 'verdades eternas' ni es el método axiomático el que sigue el hacer matemático ni, por supuesto, los matemáticos siguen en su proceso de pensamiento dicho método. Desde este enfoque, incluso las figuras geométricas sirven como plasmación de las formas del movimiento en que las contradicciones «se realizan a la par que se resuelven», como la elipse, que

es una de las formas de movimiento

en que se resuelve y realiza la contradicción de que

un cuerpo se vea constantemente atraído por otro y constantemente repelido por él. (Marx, *El Capital*, Libro I, Cap. III, pág. 65).

En este empeño, Engels llega a expresar una serie de dislates tanto en *AD* como en *DN* que provocan en mí, como lector, auténticos espasmos mentales siguiendo el decir de Wittgenstein. Serie de dislates respecto al hacer matemático tanto en su contenido como en su proceso histórico, que Engels desconoce. Y que, en aras de la brevedad que me he exigido, no reproduzco.

Y, sin embargo, se revela la ambivalencia apuntada, un cierto cambio en el pensamiento: de clara aversión hacia un tipo de Matemática, la estática, se pasa a la aceptación de la 'auténtica' matemática, dialéctica y materialista a la vez, la del Cálculo diferencial o infinitesimal. Aceptación que conllevaría a la afirmación citada de considerar a la Matemática como pórtico para alcanzar una concepción dialéctica y materialista de la naturaleza. Pórtico con resonancias platónicas, de exigir el conocimiento matemático para poder alcanzar la dialéctica, aquí, platónica, se entiende.

Pero, ahondando más, resulta que tampoco es pórtico sino campo de batalla para el programa de investigación al que hice referencia: El Cálculo infinitesimal se estima por parte de Marx como un terreno decisivo para eliminar las interpretaciones metafísicas o místicas del tipo a las elaboradas en el método axiomático y, con ello, para eliminar erróneas interpretaciones de las leyes dialécticas, especialmente de la ley de negación de la negación. Sin olvidar, por supuesto, que como señala el propio Engels,

El Cálculo diferencial, y sólo él, permite a las ciencias naturales exponer matemáticamente los *procesos*, y no solamente los *estados*: movimiento. (DN. 282).

b) En todo lo anterior he hecho mención casi exclusiva de los textos de Engels, intentando la exposición tópica. Cabe, ahora, abandonar el lugar común y concentrarse en los textos marxianos publicados en los *Manuscritos matemáticos*, intentando matizar algunas cuestiones. Se observa, por lo pronto, la misma ambivalencia, idéntico cambio de actitud.

Preocupado por la Matemática desde los entornos de 1860, en esa época Marx la enfoca, todavía, como instrumental. Maneja una matemática elemental que llega hasta la trigonometría y las secciones cónicas. Estas últimas como conocimiento imprescindible para el dominio técnico del Cálculo. En carta a Engels de 6 de julio de 1863, Marx indica:

Cuando tengo tiempo de leer, estudio cálculo diferencial e integral. ¡A propósito! Tengo un montón de publicaciones sobre esta materia y te enviaré una de ellas si tienes la intención de abordar esta especialidad. Pienso que es casi indispensable para tus estudios militares. Además, esta parte de las matemáticas es mucho más fácil (en lo que es puramente técnico) que, por ejemplo, las partes superiores del álgebra. Aparte de conocimientos normales de álgebra y trigonometría, no se necesitan estudios preliminares, a no ser una cierta familiaridad con las cónicas. (*Cartas*, 28).

Sin embargo, es a partir de su 'programa de investigación' cuando se produce un cambio de actitud. En carta de 9 de mayo de 1868 a Joseph Dietzgen, Marx afirma taxativamente:

Cuando me haya liberado de mi fardo económico, escribiré una 'Dialéctica'. Las leyes correctas de la dialéctica ya están contenidas en Hegel; es cierto que bajo una forma mística. Se trata de despojarlas de esta forma... (*Cartas*, 65).

Escribir una Dialéctica, labor a la que, posteriormente, y en parte, se dedicará Engels intentando cubrir el vacío dejado por Marx.

Y, en este programa, la Matemática juega su papel. El Cálculo infinitesimal. Hasta estos entornos, Marx ha jugado con el Cálculo, lo ha manejado en su versión puramente instrumental o de práctica. Se lo ha 'explicado' a Engels —carta de primeros de 1866— apoyándose en la figura geométrica,

de la cual abominará posteriormente, como enuncia Engels en carta de 21 de noviembre de 1882:

Toda representación gráfica del proceso de variación es, por absoluta necesidad, la representación del proceso *pasado*, del *resultado*, por consiguiente de una magnitud convertida en una constante... es imposible una representación gráfica de la manera como x se convierte en x' y vuelve a convertirse en x ... (*Cartas*, 105).

La aplicación geométrica del Cálculo diferencial es la representación sensible que efectúa la geometría y es algo que oscurece la auténtica realidad o fundamento de este Cálculo. La geometría estatifica cuanto toca.

Es una inflexión, la de los entornos de 1870, que conduce a Marx a estudiar el Análisis y su interpretación, principalmente a finales de la década. No por el Análisis en sí, sino porque es instrumento auténticamente operativo, pero fundamentado en una apoyatura estrictamente ideológica, metafísica o mística como dirá. Es uno de los terrenos para precisar alguna de las leyes de la dialéctica que desea desarrollar en cuanto pueda terminar con el elemento parcial de estudio al que está abocado, el económico.

Ha intentado alguna aplicación de esa Matemática superior, pero ha fracasado. Ha pedido ayuda a Samuel Moore, impotente para matematizar algunas cuestiones. En carta de 31 de mayo de 1873, confesará:

He comunicado aquí a Moore un asunto al que doy vueltas privatim desde hace mucho tiempo. El cree que es irresoluble o, por lo menos, irresoluble pro tempore a causa de los muchos factores que habría que empezar por hallar, que intervienen. La cuestión es ésta: conoces las tablas en que se representan los movimientos anuales de los precios, cursos, etc., en zig-zags que suben y bajan. Varias veces he intentado calcular —en el análisis de las crisis— esos ups y downs como curvas irregulares. y he creído (y sigo creyendo que será posible una vez examinado el material suficiente) poder determinar con ellas matemáticamente las principales leyes de las crisis. Como digo, Moore cree que por ahora la tarea es irrealizable, y he decidido desistir de ella for the time being. (*MEW*, vol. 33. Berlín, 1936, pág. 62. De Zeleny, pág. 160, n. Tbn. *Cartas*).

Inmediatamente agregaré que puede desarrollar toda una historia del Cálculo que precise la evolución del mismo y, más importante, su propia concepción. Y ésta se apoya en el hecho de que el Análisis infinitesimal se encuentra fundamentado mal, ya que se centra en la oscuridad que poseen las magnitudes que se emplean en este terreno, las diferenciales y los infinitesimos. Problema muy clásico, porque el Cálculo se encuentra, desde sus orígenes, acompañado de polémicas respecto a tales magnitudes. Problema muy reciente porque en los entornos de 1870 los matemáticos, los profesionales, se dedican a una revisión del hacer matemático. Dedekind, Weierstrass, Cantor, Du Bois-Reymond... van a provocar una ruptura epistemológica en la Matemática. Ruptura de la que Marx, autodidacta, estará ausente. Porque

los textos que Marx maneja se encuentran, todos, en un cuadro epistemológico realmente anticuado: el propio de fines del siglo XVIII, desconociendo toda la labor que en el Análisis han realizado Gauss, Cauchy, Abel, por ejemplo; desconociendo que la problemática que a él le concierne ha tenido, ya, otra muy fuerte inflexión, centrada en otra ruptura epistemológica en los entornos de 1827 y en la cual se ha eliminado toda la cuestión en torno a las series a lo Lagrange —que será lo ideal para Marx—. (Ver, por ejemplo, mi *La Matemática y el problema de su historia*). Los propios editores de los *Manuscritos* han de reconocer este desfase marxiano en la Introducción (*Cartas*, 141).

Lo que Marx encuentra —en ese cuadro del siglo XVIII— es que en el Cálculo se maneja un tipo de magnitudes —las diferenciales y los infinitésimos de distintos órdenes— que son, por una parte, distintos a las magnitudes que representan los números y las funciones ordinarias; por otra, iguales a tales magnitudes. Como iguales, se opera de manera tradicional, pero, de repente, se les hace desaparecer porque se muestran distintos, como magnitudes evanescentes. Tal separación le parece mal fundamentada y realiza una crítica que recuerda plenamente a la que hiciera Berkeley en *El Analista*. Crítica que complementa con un intento de superación, creando su propia explicación dialéctica. Lo realiza en dos ensayos *Sobre la noción de función derivada* y *Sobre la noción de diferencial*, que envía a Engels en 1881 y éste lee el 17 de agosto, sin necesidad de otras lecturas ni aclaraciones. En un segundo momento —incardinado esencialmente en el primero— lo complementa con un intento, inacabado, de historia que se quiere dialéctica sobre los métodos del Cálculo y que constituyen, realmente una reconstrucción racional histórica en tres momentos: 1. El Cálculo diferencial místico de Newton y Leibniz; 2. El Cálculo diferencial racional de Euler y d'Alembert; 3. El Cálculo puramente algebraico de Lagrange.

Marx niega la existencia como sustancias metafísicas a los infinitésimos, a las diferenciales. Son «figuras sin cuerpo», «réplicas-en-préstamo simbólicas» del proceso real que hace pasar de una función originaria a su derivada. Rechaza el método ideológico que hace que primero se admita tal existencia para luego definirla; invierte el proceso y pasa a la definición operatoria por la cual las diferenciales no van a ser otra cosa que símbolos de operaciones, símbolos que reflejen un proceso real y que, por ello, carecen de existencia propia; indican, únicamente, toda la «estratagema del funcionamiento».

En *Sobre la noción de función derivada*, Marx queda envuelto en dos problemas elementales: uno conceptual, otro lingüístico.

a. Conceptual: Se opone a la representación de cualquier cambio de variable bajo forma de adición o sustracción de algún valor preconcebido en la magnitud absoluta del incremento. Es decir, cuando se pasa de x a un $x' = x + \Delta x$, Marx viene a sostener que no son magnitudes fijadas, sino que han de ser «totalmente indeterminadas». Si x pasa a ser $x' = x + \Delta x$, esto sólo ocurre *después* de la transformación y no antes, por lo que x y x' son, realmente, distintos y no magnitudes determinadas. Esta ulterior determinación hace que ya Δx esté preformada «del mismo modo que un feto con respecto a su madre desde el momento en que está encinta». De aquí que el posterior paso de x' a x no obligue a cero como identidad de magni-

tudes. Identidad inválida si se olvida el proceso de transformación y se olvida la indeterminación. Toda esta problemática a la que Marx se entrega no es otra que el resultado de su falta de visión del 'número cualquiera', que es uno los elementos clave subyacente no sólo a este razonamiento, sino a cualquier tipo de razonamiento matemático. Dar un x en un intervalo es dar un elemento cualquiera de ese intervalo, lo que constituye un paso de particularización abstracta, que posee su réplica en la generalización posterior: 'dado un x , como es cualquiera, el razonamiento es válido para todo x del intervalo'. Dos pasos que se encuentran desde la primera demostración de los *Elementos* de Euclides. La no captación clara de este proceso es lo que me parece que conduce a Marx a sus debates internos, a la pugna por aclararse en un terreno como el matemático que, desde esta mera apreciación, cabe afirmar que le es ajeno.

b. Lingüístico: Marx tampoco distingue que en el Cálculo puedan establecerse dos niveles expresivos que no hacen más que reflejar un mismo elemento conceptual: uno dinámico y otro estático. Ambos reflejan la existencia de, por ejemplo, una diferencial a una función en un punto; diferencial que existe independientemente de que la expresemos de una u otra forma. Rechaza el lenguaje estático como impropio y confunde el nivel lingüístico con lo que en él se manifiesta. Así insistirá en los términos de transformación y, con ello, se verá conducido a la interpretación estrictamente operatoria o algorítmica, incluso con la introducción del tiempo en el hacer matemático. En el lenguaje dinámico —muy propio para la introducción elemental— x se transforma en x' y, por tanto, hace que $f(x)$ se transforme en $f(x')$. De aquí surgen las diferencias $x' - x$, $f(x') - f(x)$. Después, el cociente incremental y

de éste puede pasarse a la expresión perturbadora $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$. Que desde

un enfoque de magnitudes carece de sentido, pero desde un enfoque 'dialéctico' lo posee porque no hay cociente 'real' de magnitudes, sino únicamente símbolos de transformación. Pero Marx agrega que ése cociente representa una «expresión absolutamente mínima». Y aquí hay nuevo desfase lingüístico porque dinámicamente se tendría que incluir el concepto de límite, como hizo d'Alembert, concepto que Marx rechaza —y está en 1880— por no considerarlo como algorítmico y ha de recurrir a una terminología propia del lenguaje que también rechaza, el de indivisibles, volviendo a una confusión conceptual.

Con estos dos desfases, conceptual y lingüístico, y en un terreno no de investigación matemática, sino de introducción divulgadora, Marx pretende superar los misterios de los infinitésimos y fundamentar el Cálculo diferencial en un enfoque estrictamente operatorio. Al no manejar el concepto de límite como los matemáticos del siglo XIX ni los conceptos topológico-conjuntistas que surgen en los entornos de 1870, Marx queda en un nivel puramente especulativo aunque afirme que ha resuelto el problema mediante su enfoque operatorio simbólico y desde el cual

...los símbolos $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$, etc., ofrecen únicamente la colocación

en el árbol genealógico de las 'derivadas' en relación con la función originaria asignada inicialmente. Se convierten en misteriosos sólo cuando se les trata como *puntos de partida* del movimiento, en lugar de tratarlos como meras y simples *expresiones de funciones de x derivadas sucesivamente*. (*Cartas*, 173). Ecuaciones puramente simbólicas... indican únicamente las *operaciones*, que sucesivamente hay que aplicar a efectivas funciones variables. (*Id.*, 174).

He indicado que el intento de superación de la metafísica del Cálculo se incardina con un intento esquematizado de la historia conceptual del mismo. Y es en este intento donde se ve claramente el objetivo marxiano de crítica y su intento superador. En su esquema señalará que lo que caracteriza al cálculo de Leibniz y Newton es el procedimiento, llegando a un cálculo independiente del álgebra ordinaria. Y lo obtuvieron

con ayuda de hipótesis, unas veces misteriosas y otras claramente metafísicas, que a su vez provocaron unas consecuencias metafísicas, no matemáticas. Se asiste a la eliminación arbitraria de algunas magnitudes que cierran el paso a una conclusión que, sin embargo, estaba engendrada por éstas. (*Cartas*, 148).

Como el fundamento no existe, tampoco las reglas lo poseen y así se escamotea lo que se introduce como un verdadero «truco de prestidigitador». Se admite la existencia de unas magnitudes que siendo, resultan no ser. Y esto constituye un proceso ideológico, metafísico.

En un segundo momento, Euler y d'Alembert pretenden corregir la ausencia de fundamentación de las reglas y

d'Alembert arrancó al cálculo diferencial el velo del misterio y con ello le hizo dar un gran paso adelante. (*Cartas*, 151).

Sin embargo, recurre al concepto de límite y es concepto no aceptable para Marx por no ser reducible a proceso algorítmico.

Corresponde un tercer momento a Lagrange: pasar todo el Cálculo a una base operatoria, puramente algebraica, gracias al empleo de los desarrollos en serie y, fundamentalmente, al empleo de la serie de Taylor. Pero, en esta serie, los coeficientes de los distintos términos son funciones de la función originaria y este hecho queda sin demostrar por el propio Lagrange, por lo que tampoco termina dando el fundamento requerido:

incluso la deducción de esta ecuación a partir del álgebra aparece... basada en una superchería. (*Cartas*, 154).

Tres procesos que, dando grandes pasos adelante, no consiguen resolver el fundamento último porque, en los tres, el método es el mismo, el ideológico o metafísico: todos parten de la misma concepción originaria de Newton-Leibniz. Y es esa concepción la que hay que invertir. No hay sustancias infinitesimales ni diferenciales en acto, no son objetos, sino meros símbolos

operatorios. No hay entidades de tipo alguno en el Cálculo diferencial contra el parecer de los matemáticos, sino procesos en los que impera la transformación regida por la ley de negación de la negación; impera la dialéctica. Y el Cálculo diferencial es el terreno simbólico en el cual se expresa, precisamente, un tipo de movimiento, por lo cual podrá ser aplicado a todos aquellos fenómenos en los cuales también se exprese dicho movimiento.

2. LO QUE MANEJAN

Después de lo dicho en los párrafos anteriores podría parecer que Marx intentara la aplicación de la Matemática en sus trabajos. Lo intenta, pero en cuanto a la Matemática superior, fracasa. Intento, además, incompatible con el espíritu que le ha conducido al estudio del Cálculo diferencial, por un lado; por otro, que este estudio lo hace relativamente tardío respecto a su obra económica. De aquí que sea muy escasa la Matemática que emplea, además de muy elemental. Para indicar la Matemática que se utiliza me apoyo en *El Capital*. Y debo señalar, aquí, y de entrada, que la única matemática explícita que se maneja, salvo alguna analogía geométrica —la de la elipse ya citada, o ver Cap. I, pág. 5—, es la que en términos clásicos se denominaban reglas de tres, simple y compuesta y, en términos más actuales y de algún comentador panegirista, expresiones lineales, manifestación de proporcionalidades lineales. Así, en el Libro 3 del tomo 3, cap. 3, al establecer la relación entre la plusvalía, el capital con su división de capital desembolsado y capital constante, para obtener las cuotas de ganancia, Marx no tiene más remedio que simplificar su estudio, su modelo, aun intentando hacer una matemática 'real' y concreta:

Siempre y cuando la ganancia se equipare cuantitativamente a la plusvalía, su magnitud y la magnitud de la cuota de ganancias se hallan determinadas por las relaciones de magnitudes numéricas simples, determinadas o determinables en cada caso concreto. La investigación se desarrolla, por tanto, por el momento, en un terreno puramente matemático. (T. 3,64).

Y el estudio puramente matemático de estas relaciones, la matematización esquemática de las mismas, se reduce a una mera discusión de proporcionalidades que, en honor a la brevedad que me ha impuesto, no vale reproducir.

El posterior intento de Marx de pasar de una exposición numérica de proporcionalidades elemental a una dialéctica a base de ecuaciones diferenciales choca contra, fundamentalmente, dos escollos: su desconocimiento en este terreno; con el propio tema en su enfoque crítico dialéctico de la Economía. Ello muestra que no sólo sabía poco de la Matemática sino que no era matemático —y me remito a sus dificultades tanto conceptuales como lingüísticas en un nivel estrictamente elemental, introductorio—. Pascal, Leibniz, Newton, Euler, d'Alembert crearon el instrumental matemático que necesitaban para el estudio del fenómeno concreto al que se dedicaban, fenómenos concretos que debían acotar en el universo de variables y hechos concretos

en el que se encontraban sumergidos. Y ello me conduce a una afirmación totalmente contraria a la dada por Engels: No es que fuera poco sólido en matemática, es que no era matemático en absoluto .

1.2. *El papel que juega la Matemática...*

Creo que, tras lo indicado antes, puede obtenerse la idea de que el hacer matemático juega un papel nulo en el pensamiento creador marxiano, pensamiento que ha variado desde un radical desprecio por la Matemática en el sentido de Hegel hasta una cierta consideración de la misma, pero sólo respecto al Cálculo diferencial como símbolo operatorio apto para expresar el movimiento. Que Marx, en un momento, se haya dejado arrastrar por la concepción científicista-positivista de su época en cuanto al papel de las ecuaciones diferenciales y haya pretendido realizar la traducción en tales ecuaciones de las leyes del movimiento que pretende descubrir en la Economía política, y reconociera la imposibilidad de la tarea para su momento no quiere decir que el hacer matemático tuviera papel alguno en sus motivaciones ni en su propio pensamiento salvo para justificar que también la Matemática sigue estrictamente las leyes de la dialéctica, especialmente la ley de doble negación. Ya he indicado que no es que fuera buen o mal matemático, sino que no lo era.

Sin embargo, las afirmaciones de Engels en sentido contrario, el científicismo-positivista de la época, han hecho que se adopten algunas concepciones en torno al marxismo apoyadas, precisamente, tanto en la tan reiterada afirmación de *científico* que se anteponen Marx y Engels y califican al propio socialismo como 'científico'— y, en la época, y hasta en el día de hoy, nada hay científico que no se exprese en lenguaje matemático—, como en menor medida en el papel teórico que se pretende que posean las ecuaciones diferenciales. Papel que se resume en lo que se conoce como 'el demonio de Laplace'.

Con los sistemas de ecuaciones diferenciales se viene a asegurar que, conocido el estado del universo en un momento determinado, se puede calcular el estado de ese universo en cualquier otro estado, sea del futuro, sea del pasado. Aceptar que el universo pueda describirse mediante sistemas de ecuaciones diferenciales lineales viene a ser equivalente a aceptar la tesis de un determinismo absoluto, con la necesidad inherente de cada uno de los estados en que se sitúa. En tales sistemas de ecuaciones el problema se centra en el dato, para su integración, de las condiciones iniciales. Que son las que, naturalmente, crean el conflicto en cuanto a ese determinismo. Problema que, desde el interior de la matemática se centra en la posible integración del sistema de ecuaciones, no siempre factible. Desde este enfoque, la aceptación por parte de Marx de este tipo de ecuaciones como las adecuadas para 'matematizar' las leyes del movimiento de la Economía política, los estados de crisis, incluso las propias leyes de la dialéctica, conllevaría aparentemente la aceptación del determinismo laplaciano subyacente para tales leyes y fenómenos. Y es lo que se ha mantenido por casi todos los comentaristas, que parecen desconocer que aquí nos movemos en el ámbito de la burbuja con-

ceptual y no en la de creencias mesiánicas, por un lado; por otro que, desde los entornos de 1880 el problema de los n cuerpos en el caso particular del sistema solar había llevado a Bruns a demostrar que el sistema de ecuaciones diferenciales correspondiente podría resolverse cuantitativamente por sólo un procedimiento y, a continuación, 1881, Poincaré demostraba que ese procedimiento era impracticable. Inmediatamente, Poincaré pasaba a la creación de lo que se denominarían ecuaciones diferenciales cualitativas y, con ellas, a la creación de la Dinámica cualitativa, desde la cual se pretende la descripción de los comportamientos posibles de las trayectorias de los cuerpos —cuando el tiempo se hace tender a infinito, por ejemplo—, así como la estabilidad del sistema correspondiente. El 'demonio de Laplace' quedaba, de esta manera, radicalmente eliminado.

Creo que pueden ponerse varias objeciones a la consideración del llamado determinismo marxiano desde el terreno conceptual matemático, que no desde el terreno simbólico al que luego volveré:

1. Al no ser matemático, creo que Marx llegó a desconocer este obligado determinismo en el terreno científico. Creo más bien que se dejó llevar por la analogía con problemas concretos resueltos por los matemáticos mediante ecuaciones diferenciales particulares, sin llegar a la consideración subyacente, 'abstracta', establecida por la linealidad de este instrumental.

2. La obra de Laplace, así como la de sus predecesores, se inscribe más bien en el enfoque materialista de describir 'estados' y no procesos, enfoque atacado por Marx. Enfoque materialista-mecanicista por el cual se obtenía un cuadro en el que Dios no era una hipótesis necesaria, ciertamente, pero que geometrizaría y estatificaría el universo en el cual no había progreso o dinámica algunos. Y precisamente frente a este cuadro mecanicista geométrico se alzaba, en el siglo XIX, una corriente opuesta que ve en la evolución, la historia, la dinámica, la clave para la explicación del universo. Y el pensamiento marxiano se inscribe en esta corriente antagónica respecto a la concepción heredada o estática de la naturaleza.

3. Creo que hay otra razón, quizá más discutible que las anteriores. Es razón que se aleja del contenido central de este ensayo, por lo cual la trataré muy brevemente, a pesar de considerarla como uno de los puntos clave tanto para una auténtica lectura 'científica' de la obra marxiana —aún sin hacer— como por sus consecuencias desde el núcleo revolucionario. La razón se centra en el papel que parecen jugar las leyes 'científicas' o 'naturales' en los textos marxianos. Por un lado, no existen leyes abstractas (*El Capital*, Libro I, pág. XXII), es decir, las leyes no son eternas ni válidas para todo lugar y tiempo, sino para aquellos lugares-tiempo en los cuales se den exactamente las mismas circunstancias tanto físicas como históricas. Aunque los científicos y filósofos las han considerado como proposiciones generales, válidas para todo tiempo y lugar y hablan de la 'férrea' necesidad de dichas leyes, Engels exclamará

las *leyes naturales eternas* van convirtiéndose cada vez más en leyes históricas. (DN. 243)

porque en cada una de las fases del universo

rigen otras leyes, es decir, otras formas de manifestarse el mismo movimiento universal (*id.* 244).

La única ley a la que Engels concede, no sin reservas, una validez general o universal, aplicable por igual a *todos* los cuerpos —desde la nebulosa hasta el hombre— es la ley de la gravedad y, quizá, la de transformación de energía. Y aunque algunos atributos de la materia existen como sustrato —el movimiento— la forma con la cual se manifiesta es distinta y, por tanto, también el conocimiento de esas formas será distinto. En ambos casos, cada fase histórica, en su proceso, mostrará formas diferentes y, por tanto, leyes diferentes. Y aunque en el Posfacio a la 2.^a ed. de *El Capital* Marx parece aceptar una diferencia entre leyes físicas y químicas por un lado y biológicas y económicas por otro, estableciendo el carácter histórico de estas últimas y, con ello, admitiendo

al cambiar la estructura general de aquellos organismos (se refiere a los vegetales y animales), sus órganos concretos, las condiciones en que funcionan, etc., cambian también de raíz las leyes que los rigen (...). Al cambiar el desarrollo de la capacidad productiva, cambian también las relaciones sociales y las leyes que las rigen. (*El Capital*, L. I, p. XXIII).

Son palabras de un crítico que Marx asume plenamente y apostilla señalando que el autor describe el proceso dialéctico. Sin embargo, las precisiones de Engels no dejan lugar a duda alguna: También la naturaleza se transforma y, desde que el hombre se ha enfrentado a la misma, dicha naturaleza-hombre muestra unos procesos, unas fases continuadas que hacen cambiar las leyes que rigen en cada una de tales fases. No es más que la reafirmación de lo que se estableciera ya en *Ideología alemana*, cuando indicando el vínculo entre naturaleza y actividad objetiva de los hombres, Marx señalaba que si el hombre no actuara durante 'un año', Feuerbach no sólo se encontraría con enormes cambios en el mundo natural, sino que echaría de menos todo el propio mundo humano y su propia capacidad de concepción y hasta su propia existencia (*IA*, 48). Interactuación o síntesis que es producción y, por ello, hace variar las condiciones de la naturaleza. Consecuentemente, de las leyes especiales que presiden cada una de las fases. Desde este punto de vista, no habría diferencia alguna entre leyes económicas y biológicas y leyes de las ciencias naturales. Todas son históricas y, por tanto, carecen del atributo de necesidad para los sistemas tomados globalmente.

Por otro lado, como la realidad se compone no de cosas u objetos, sino de procesos, tales leyes, enfocadas cognoscitivamente, no tienen como función la de indicar cómo son las cosas, sino la de describir procesos; es decir, no 'explican' la naturaleza, sino que resumen la experiencia y cómo ha ido sucediendo dicha experiencia. Pero si las circunstancias históricas varían, las leyes han de variar inmediatamente para describir tanto la variación de los procesos y circunstancias como el nuevo estado al que se ha llegado. Son leyes históricas porque no se está «ante un proceso puramente lógico» (Complemento al Prólogo, t. III de *El Capital*, 1895, pág. 29). Y así,

la ley del valor de Marx rige con carácter general, en la medida en que rigen siempre las leyes económicas, para todo el período de la producción simple de mercancías; es decir, hasta el momento en que ésta es modificada por la aparición de la forma de producción capitalista. (*Id.* 33).

Las tres razones anteriores implican que, en la concepción marxiana, cuando se salta de un entorno sectorial al global, no existe determinismo, ni necesidad, sino sistemas dinámicos —sean biológicos, económicos, geológicos, físicos...— en transformación y en diversas fases, sufriendo modificaciones. Naturalmente, se depende de estados iniciales, de estados anteriores, pero no sólo de ellos, sino de la interactuación y de la consiguiente transformación —que parecería seguir un proceso de nacimiento, existencia, desarrollo, muerte— que en el caso de la realidad social viene establecido porque cada etapa crea las condiciones para su superación y transformación en otra fase diferente.

Son consideraciones —insisto, se han hecho desde el plano conceptual, no místico— que desde mi punto de vista traen como consecuencia la invalidez en el empleo de cualquier tipo de ecuaciones diferenciales lineales, que son impotentes para la expresión de leyes variables en las condiciones indicadas, aunque pueda intentarse su utilización para la descripción de algunas facetas de las leyes estrictamente sectoriales, particulares; quiero decir, para la esquematización de algún breve modelo de alguno de los factores del sistema material escogido, que ni siquiera para el total de ese sector particular.

1.3. *Algunas concepciones marxianas...*

Con las palabras del punto anterior he penetrado en otro terreno: el del análisis de alguna de las concepciones marxianas, así como de la situación general en la que se origina. Es crítica muy amplia y sólo toco aquellos puntos que afectan al tema aquí esbozado.

El desconocimiento de la Matemática, su desprecio respecto a los matemáticos, a la vez que su intento fracasado de convertirse en el Galileo de la Economía política al matematizar las leyes de ésta, creo que tienen su raíz en las ambivalencias del punto de partida de Marx y Engels. Filósofo metido a economista para dar fundamento a su condición íntima de revolucionario conlleva que en el núcleo de su concepción básica se encuentren, al menos, dos elementos: Por un lado, el estudio científico-objetivo de la 'realidad' social —y hay que tener presente que en el siglo XIX los términos 'científico' y 'ley científica' encerraban una especie de admiración y sumisión incondicionales—; por otro lado, el objetivo de superación de esa misma realidad social.

1.1. En el estudio científico-objetivo —que se pretende independiente de cualquier apelación a la moral o al derecho, porque «la cólera no prueba nada para ningún caso concreto» (*AD.* 142)— se llega a la afirmación de que la realidad social es un proceso histórico-natural que sigue unas leyes que, en principio, han sido 'ciegas',

independientes de la voluntad, la conciencia y la intención de los hombres (...) determinan su voluntad, conciencia e intenciones... (*El Capital*, Libro I, pág. XXII),

pero pueden llegar a conocerse, lo mismo que los astros siguen unas leyes que han terminado por ser conocidas. Para esto último, para el conocimiento de tales leyes, crean el método de Análisis-Síntesis —que ya estaba creado— por el cual se pretende la captación 'científica' del sistema social, distinguiéndose formalmente entre el conocimiento y la génesis del mismo, entre el método de exposición y el de investigación. (Ver *Prefacio inédito a Contr. Econ. Pol.*, o *AD*, o Prólogo a *El Capital*).

El estudio de las leyes que rigen el proceso productivo social local, sectorial —al que se dedica Marx es el occidental y, en él, sólo el del capitalismo moderno naciente, y es punto en el que insisten constantemente Marx y Engels— es un estudio parcial. Y no puede olvidarse la premisa

nuestro pensamiento subjetivo y el mundo objetivo se rigen por las mismas leyes, razón por la cual no pueden llegar, en última instancia, a resultados contradictorios entre sí, sino que estos resultados tienen que ser coincidentes, domina en absoluto todo nuestro pensar teórico.

Constituye la premisa inconsciente e incondicional de éste. (*DN*. 276). Y el 'programa de investigación' al que he aludido, como promesa no rematada por Marx ni por Engels, y que hace consecuente tanto la identificación de las leyes físicas y químicas con las económicas y biológicas bajo el carácter de históricas y cambiantes se centra en el objetivo no sólo de una dialéctica, sino

en un futuro la ciencia de la naturaleza será la ciencia del hombre, y a la vez será subsumida bajo ésta: no habrá más que una *ciencia*. (*OME*, volumen V, pág. 386).

En otras palabras, se centra en mostrar que hay leyes que rigen la totalidad: el pensamiento, la naturaleza, la historia, en cuanto todos ellos son manifestaciones o concreciones formales de un contenido que los subtiende, y que se apoya en el movimiento de la materia. Leyes generales reales que se han de concretar en cada situación particular. Leyes que son, precisamente, las que se pongan de relieve en la dialéctica, que no es instrumento de prueba sino que es la que posibilita: a) la comprensión de las estructuras concretas, de cada una de las fases históricas; b) los principios que subtienden el desarrollo de estas fases; c) la comprensión de las transformaciones históricas y, con ellas, el cambio de cada fase en otra diferente con el consiguiente cambio de leyes. Porque es en función de que se expliciten los principios por lo que podrá ser captada y comprendida cualquier situación concreta, ya que son esos principios o leyes dialécticas los que están por debajo de las mismas al ser las formas en que se manifiesta el movimiento, pero también son los que posibilitan la captación de los saltos dialécticos de fase a fase, de situación a situación por los mismos motivos anteriores. De aquí la afirmación tan reiteradamente citada de Engels, pero creo que mal interpretada en muchos momentos:

La dialéctica no es más que la ciencia de las leyes generales del movimiento y de la evolución de la naturaleza, de la sociedad humana y del pensamiento. (*AD*. 131).

Son las leyes que pretenderá poner de manifiesto Marx despojándole el halo místico con el que se encuentran en Hegel, cuando esboza su 'programa de investigación', y que Engels intenta de manera explícita al no hacerlo Marx quien, sin tiempo, ha fracasado cuando lo ha intentado en su versión matemática, aunque pueda confiar que ese intento matematizador pueda llevarse a cabo en un futuro y, con él, la elaboración de una verdadera dialéctica materialista, sin halo místico alguno.

Ahora bien, este estudio científico-objetivo supone dos niveles de investigación legal: El propio de cada sector —matemático, físico, económico, biológico...— donde rigen leyes científicas particulares que describen tales procesos también sectoriales y que, por tanto, son geocéntricos y variables, modos de manifestación de un mismo movimiento universal; y el nivel de investigación de la totalidad, donde rigen las leyes de la dialéctica a la que, además, se encuentran subordinadas las leyes sectoriales. No encuentro ni en Marx ni en Engels una radical distinción de los dos niveles en los que, sin embargo, operan de modo práctico y, consecuentemente, si también para ellos las leyes de la dialéctica poseen el mismo carácter de temporalidad y de mera formalidad de un contenido concreto como poseen las sectoriales. Por lo que he podido leer, las leyes de la dialéctica poseen un carácter atemporal y, por tanto, no pasar a describir sucesos o procesos sino que, a la vez que posibilitan dicha descripción, condicionan de manera radical a los mismos y al pensamiento porque «rigen el desarrollo de la naturaleza» (DN. 50) y, consecuentemente, el pensamiento y la historia. Y aunque no son leyes que el pensamiento imponga a la naturaleza y a la historia, sino que se derivan de ellas, del sustrato común, del atributo básico de la materia, el movimiento, son auténticas leyes necesarias y deterministas, válidas incluso para una naturaleza en la que no exista el hombre, tras la posible muerte térmica de la Tierra:

tenemos la certeza de que la materia permanecerá eternamente la misma a través de todas sus mutaciones, de que ninguno de sus atributos puede llegar a perderse por entero y de que, por tanto, por la misma férrea necesidad con que un día desaparecerá de la faz de la tierra su floración más alta, el espíritu pensante, volverá a brotar en otro lugar y en otro tiempo. (DN. 25).

1.2. En cuanto al segundo elemento nuclear de la concepción marxiana mencionado, el de la superación de la realidad social estudiada, sólo indica, porque ya es tópico, que se pretende mediante lo que calificar de mística humanista, inmanente, y que encierra la creencia en un progreso de ese espíritu pensante a base de los saltos cualitativos o revolucionarios que provoca el proceso histórico apoyado en la ley de contradicción, y que concreto en una afirmación como

el único camino histórico por el cual pueden destruirse y transformarse las contradicciones de una forma histórica de producción es el desarrollo de esas mismas contradicciones (*El Capital*, Libro I, Capítulo XIII, 409).

Y aquí sí se me presenta la absoluta convicción de un determinismo que llegue a suprimir la situación real del modo de producción capitalista. Este

modo de producción no es más que una simple estación de tránsito en la historia económica de la humanidad que conlleva la certeza en la victoria del socialismo moderno, 'científico' porque, como toda fase, encierra en su seno la contradicción dialéctica entre sus fuerzas productivas y su modo de producción. El desarrollo de las contradicciones posibilitará, en cualquier caso, un auténtico progreso humano con la correspondiente abolición final de la división del trabajo y la llegada del hombre total. No entro en las discusiones de si el individuo puede acelerar o no tal llegada desarrollando tales contradicciones o, por inherentes a cada sistema de fuerzas productivas, planean como obligadas y necesarias haciendo inútil el esfuerzo individual, lo mismo que es obligada y férrea la desaparición del espíritu pensante sobre la tierra. Son discusiones ligadas estrechamente a lo mencionado en cuanto al determinismo legal provocado por la consideración de los sistemas de ecuaciones lineales. En cualquier caso, y se supone que antes de ese férreo final del hombre, la meta es la misma: el mesianismo y la creencia en un hombre total, 'humano'. Mesianismo que conlleva una carga moral y, por supuesto, revolucionaria de pretendida liberación de los hombres.

2. Y lo que se me plantea es que los dos elementos de la concepción básica marxiana pertenecen a burbujas o ámbitos radicalmente distintos, inconciliables entre sí. Uno pertenece a la burbuja o ámbito de lo conceptual y otro al ámbito de lo simbólico. De aquí que su coordinación se me presente imposible salvo acto de fe. Imposibilidad no superada por Marx sino con dos salidas que son incompatibles entre sí.

Una se manifiesta por una objetivación o cosificación de lo simbólico por la cual se hace que el sujeto de la historia no sea el individuo sino un sujeto macrohistórico, el género humano, sometido a unas leyes dialécticas 'reales', objetivadas en función de un pretendido fundamento científico y no moral en que apoyar su creencia en el devenir de una fase 'socialista' en la cual se eliminen las diferencias de clase salvo que la propia sociedad moderna llegue al caos o perezca. Desde la creencia, simbólica, mesiánica, se busca el apoyo 'científico' —se está en el siglo XIX— y se encuentra en unas leyes no formales ni, por supuesto, sectoriales aunque se insista en sus descubrimientos de las leyes que rigen los modos de producción capitalista. Leyes dialécticas —que Engels resume en la de contradicción, negación de la negación y salto cualitativo— que rigen todo desarrollo, todo proceso transformador. Y también, ya lo he dicho, las propias leyes sectoriales y los cambios cualitativos que provocan la desaparición de una fase y la aparición de otra con sus leyes, esta vez formalizables o expresables matemáticamente. Desde un misticismo se objetiviza la propia dialéctica y se la utiliza como dogma sustentante del propio misticismo, al no poder encontrar un apoyo suficiente en las leyes formales, en el campo estrictamente conceptual.

Por otro lado, la coordinación se pretende en el apoyo o en otra creencia: conocer es poder. Y es gracias al conocimiento de las leyes naturales como 'las fuerzas naturales' se han puesto al servicio de los hombres y será el conocimiento de los modos de producción de un sistema el que posibilite, mediante un plan preconcebido, la elevación de los hombres en lo social sobre el resto de los animales. Creencia —porque desde el plano conceptual epistemológico es una convicción insostenible ya que se puede actuar sin 'com-

prender' y a la inversa— que pertenece plenamente al pragmatismo positivista y en la que se apoya el capitalismo al potenciar la gran industria y, en ella, el desarrollo de las ciencias naturales convertido en uno de los instrumentos clave de su poder, al influir de modo decisivo en las fuerzas de producción. Concepción que el propio Marx denuncia en una demostración más de su gran ambivalencia conceptual, a veces paradójica, a veces contradictoria (ver, por ejemplo, en el Libro I el capítulo XIII, *El Capital*), pero que comparte en última instancia con el positivismo pragmatista. Y es creencia que se incardina en otra burbuja distinta de las que he mencionado: la tecnológica, desde la cual se pretende reducir tanto el pensamiento conceptual como la burbuja de las creencias o simbólica a meras técnicas; reduccionismo unilateral y empobrecedor tanto de la sociedad en la que se da, como del individuo que en ella existe y, por lo cual, dicho individuo jamás podrá alcanzar esa totalidad añorada al tener que convertirse en mero especialista al servicio de unas técnicas especiales. Además, se da la paradoja de apoyarse en ése mundo simbólico, en el mesianismo, para intentar reducirlo, eliminarlo. Desde esta creencia, si se saben las leyes del movimiento de una determinada realidad social, entonces puede dominarse y transformarse la misma —pero, con ello, cambiarán radicalmente las leyes que se manejen y se reitera el proceso o, de ser consecuente, no podrán afirmarse las leyes que podrán regir la nueva fase—. Como esta posición va ligada a la creencia en el cambio de las leyes en cada fase, cabe la pregunta: si las leyes que rigen los movimientos sociales son del mismo tipo que las leyes naturales, ¿pueden variarse los fenómenos naturales? Y la respuesta vuelve a apoyarse en otra creencia que viene determinada por lo que estamos comentando: la naturaleza sólo es naturaleza-hombre y viene supeditada a una evolución, a una historia donde el agente es el hombre-naturaleza. Hombre-naturaleza aquí en la Tierra, porque las leyes muestran su validez en este entorno determinado. Hombre-naturaleza como agente que podrá modificar su entorno y, desde el conocimiento de las leyes sectoriales, modificación racional tanto de la naturaleza como de sí mismo, pero en función de una futura sociedad verdaderamente racional, sociedad que, naturalmente, no se especifica en sus rasgos básicos.

No continúo porque, claramente, esta posible coordinación por las líneas señaladas no pertenece al ámbito de lo conceptual estricto, sino al simbólico de la utopía, aunque se mezcle, en este terreno, al ámbito de lo tecnológico. Utopía en la aparición de una sociedad más humana, pero no aquí y ahora, sino en un futuro indeterminado establecido por las leyes dialécticas según se hayan desarrollado o no suficientemente las contradicciones que posibiliten, mediante la negación de la negación, el salto cualitativo. Burbuja simbólica en la cual el hacer matemático tiene un alcance muy limitado por no decir casi nulo, utilizado al servicio de una tecnología que modifique los modos de producción y, con ello, las propias relaciones sociales. Desde el pragmatismo marxiano, el hacer matemático vuelve a estimarse como un hacer concreto y, esta vez de modo definitivo, subordinado como herramienta a los modos de producción, a lo tecnológico puro.

2. SUGERENCIAS PARA UNA POSIBLE LECTURA MARXIANA NUEVA

En el núcleo conceptual marxiano se encuentran, al menos los dos elementos mencionados que se me muestran contrarios entre sí: El elemento objetivador 'científico', pretendidamente conceptual, y el elemento místico revolucionario con su vertiente pragmatista tecnológica. Por el primero se quiere el estudio de las leyes tanto sectoriales como de la totalidad de los sistemas dinámicos; por el segundo, una superación de la realidad social capitalista. La coordinación entre ambas se me muestra como inconciliable en los propios textos marxianos donde no se alcanza una distinción entre las distintas burbujas en que esas concepciones se encuentran. Esta no clara distinción ha conllevado a diferentes interpretaciones en los seguidores del marxismo en búsqueda bien de una síntesis —que algunos pretenden hallar en una teoría instrumental del conocimiento y, con él, en una teoría global de la sociedad—, bien de la aceptación de sólo uno de los elementos siguientes: economicista, revolucionario, filosófico. Búsqueda en varios frentes, pero en la cual, y en cualquier caso, la ciencia y con ella la Matemática, han quedado subordinadas. Desde estos enfoques se ha olvidado la propia capacidad reflexiva y crítica de las ciencias, que se han abandonado a una consideración de meras fuerzas productivas o a destacar únicamente su carácter metodológico puro, con lo cual también han abandonado su capacidad autorreflexiva sobre su propia historia, convertida en mera anécdota parcial y dogmatizada porque ni siquiera se ha llevado a cabo una auténtica historia de las técnicas. Aquellos que han adoptado el enfoque místico, superador de la realidad del momento, han dogmatizado el enfoque objetivador marxiano; han pretendido utilizar sus textos como herramientas acrílicas para la 'lucha revolucionaria'.

1. Desde esta última visión, en lugar de hacer una crítica 'dialéctica' y, consecuentemente, una posible lectura científica de la concepción marxiana, se han adoptado los textos como directrices dogmáticas. En el aspecto que aquí me importa reseñar, pueden mencionarse algunos comentarios que se han hecho por parte de los seguidores en cuanto al hacer matemático.

Los comentarios se dividen, fundamentalmente, en dos grupos: los panegiristas —procedentes casi todos ellos del comunismo de partido, que marca las directrices, la interpretación ortodoxa— y los pretendidamente críticos, surgidos básicamente en los últimos años. De los primeros no menciono alguno de los muchos sin sentido que han llegado a escribir, como si una afirmación como la realizada antes de que Marx no era matemático constituyera un insulto porque el 'fundador' ha de ser, ya, el hombre total que su mística preveía, lo mismo que aceptar los dislates de Engels sólo porque Engels los escribió. Cito, únicamente, un librito de Gastón Casanova, *La Matemática y el materialismo dialéctico*, como modelo de lo que un dogmatismo mal entendido —como todo dogmatismo— puede llegar a escribir, y donde se impone a la Matemática —y no a los matemáticos que son quienes crean y practican la matemática— el esquema tesis-antítesis-síntesis hegeliano como manifestación de la ley de negación de la negación marxiana. Y no sólo a la Matemática reificada, aunque se diga en varios momentos que constituye un proceso histórico, sino que los matemáticos quedan escindidos en dos categorías de mala película de acción: los idealistas o reaccionarios, los malos —Newton,

Cauchy, Weierstrass, Hermite, Poincaré...— cuya labor ha de ser, por tanto, desconocida si no combatida, y los progresistas, dialécticos o los buenos, etc.

Otros panegiristas, incluso pertenecientes a lo que se estima como de línea crítica, sin entrar en el detalle del total de la Matemática marxiana, llegan a sostener las virtudes matemáticas de Marx. Así vienen a mantener, como Zeleny, que en *El Capital* Marx maneja tanto la lógica dialéctica como la formal en un estilo casi hilbertiano a quien llega a adelantarse en unos cuantos años. Sostiene, incluso, que el análisis al que he hecho referencia antes del Libro III, muestra el portentoso dominio del álgebra lineal por parte de Marx...

Entre los críticos a Engels cabría mencionar a Sacristán, básicamente por el prólogo a *Anti-Düring*, escrito en 1964. No entro en un análisis pormenorizado, salvo el indicar que Sacristán también muestra su desconocimiento de la historia del Análisis infinitesimal llegando a escribir:

En ese estadio leibniziano-newtoniano, el cálculo infinitesimal está aún sin teoría, es decir, no existe claridad acerca de su fundamento o justificación lógica. Funciona con nociones absurdas, como la de 'infinitésimo' ('cantidad infinitamente pequeña'), vagas e imprecisas como la newtoniana 'fluxión'. pág. XIX).

Sacristán se deja llevar por el cuadro propio del s. XVIII y por los lugares comunes que se contienen en las divulgaciones históricas al uso del mismo tipo, además, de las que condujeron a Marx a su intento superador operatorio del Cálculo en una línea a lo Lagrange, que ya se encontraba superado. Esas nociones, para los creadores, que no para los divulgadores, ni eran vagas ni confusas y se apoyaban tanto en el postulado eudoxiano-arquimediano como en su simétrico que eran los que aportaban el fundamento lógico requerido, no siendo 'cantidades infinitamente pequeñas' contra lo que claman tanto Pascal como Leibniz, sino cantidades pertenecientes a niveles distintos de homogeneidad, niveles establecidos por dichos postulados y que dan paso a lo que hoy recibe el nombre de cuerpo no-arquimediano. Que posteriormente los matemáticos apoyen el Cálculo en la teoría de funciones de variable real y, consecuentemente, en el cuerpo arquimediano de los números reales, no significa que el Cálculo leibniziano fuera un absurdo, sino que tenía un fundamento distinto y no captado por los seguidores del s. XVIII ni por el propio Marx.

2. Independiente a esas lecturas acríicas y en línea diferente, aunque complementaria quizá con una lectura 'histórica' realizada desde un enfoque formal o estructural de las teorías científicas, quiero esbozar, para finalizar, algunas sugerencias en torno a las ecuaciones diferenciales, en torno a la dinámica cualitativa y en relación con las leyes dialécticas que según los textos marxianos condicionan tanto los procesos de la naturaleza —incluso de la naturaleza-hombre— como los de la historia, como los del pensamiento.

Si se piensa que el estudio de los sistemas dinámicos, sean sociales o no, ha de tener en cuenta la acción de esos sistemas sobre el medio en el cual se encuentran y no sólo su estructuración interna —estudio por consiguiente de lo que considerar comportamiento adaptativo con su retroalimentación

consecuente—, ese estudio no puede realizarse mediante procesos de linealidad sino, en todo caso, en la dirección marcada por Poincaré: Tener presente el hecho de que las leyes de dicho comportamiento ha de proceder, por una parte, de la integración de sistemas de ecuaciones diferenciales que no son lineales ni poseen coeficientes constantes, sino que tienen sus argumentos 'desviados' y, además, sus variables toman valores en un intervalo continuo y no discreto. Sin embargo, no creo que baste este enfoque como único, ya que debe ser complementado con los factores de retroalimentación.

Las ecuaciones diferenciales lineales tienen la propiedad de que sus puntos singulares, cuando existen, son fijos y están determinados por sus coeficientes —y hay sistemas que carecen de tales puntos o ciclos límite, como muestra la invariancia de la medida de Liouville respecto a las ecuaciones de Hamilton para la Mecánica clásica, consecuencia, por otro lado, del supuesto constitutivo de espacio homogéneo e isotropo que adopta tal Mecánica, porque en dicho espacio ningún sistema tenderá a unas u otras líneas de estabilidad—. Esto no ocurre con las ecuaciones no lineales, donde los puntos de singularidad pueden variar, considerarse puntos móviles. Y es esta consideración la que conduce a los problemas de estabilidad dinámica de los sistemas. Problema que puede comprenderse quizá más fácilmente si indico que un sistema como el solar no es lineal —en la ley de gravitación aparece el inverso del *cuadrado* de las distancias— por lo cual la interacción de los planetas se convierte en un problema no resuelto y, con ello, no se sabe cuál es el comportamiento del Sistema solar si se toman períodos de tiempo muy largos. La clave, la no resolución de su integración, por supuesto.

Estabilidad que puede enfocarse como escindida en dos: sistemas estructuralmente inestables, cuando una pequeña perturbación paramétrica altera profundamente el comportamiento del sistema y éste pasa a una situación de comportamiento semejante al caos; sistemas estructuralmente estables. Ello equivale a decir que existen atractores en el espacio respecto a las órbitas de las trayectorias del sistema, por lo cual el comportamiento del mismo vendrá establecido tanto por los puntos o los ciclos límite, como por las trayectorias que conducen a los mismos. Poincaré consiguió demostrar que en sistemas dinámicos con dos grados de libertad puede obtenerse información de su comportamiento conociendo sus puntos singulares y sus trayectorias —lo que hoy se califica 'representación de Poincaré'— mediante el dato de valores discretos en un espacio multidimensional.

Por las condiciones de Poincaré-Hopf, el estado de un sistema puede presentar puntos de bifurcación, lo cual quiere decir que al depender de un parámetro especial existen comportamientos alternativos que pueden ser radicalmente distintos entre sí, y todos ellos condicionados por el estado inmediatamente anterior. Posibilidad de que se produzca uno en lugar de otro u otros y que conduce a que el sistema realice una de sus ramas en lugar de las otras ramas a partir del punto de bifurcación. Nada determina cuál es la rama o ramas que el sistema va a seguir y sólo cuando ha 'elegido' una puede justificarse, desde la historia, dicha 'elección', dicha trayectoria. Pero sólo después que la haya seguido, no antes. No hay determinismo ni rama necesaria, salvo en el estudio a posteriori.

Y esto viene a cuento respecto a la ley dialéctica del salto cualitativo,

en el sentido de que un aumento cuantitativo provoca una variación en la morfogénesis del sistema dinámico en el cual se da. Ley considerada, al igual que los temas de emergencia, como puramente especulativa desde algunos sectores filosóficos, considerados como vagas especulaciones sin fundamento científico alguno. Y desde la Dinámica cualitativa puede darse, si no un fundamento, sí una justificación plena de sentido, formulable matemáticamente. Engels pone varios ejemplos no sólo de evolución orgánica, sino también de los trabajos marxianos acerca de la cantidad de dinero que se requiere para pasar a capital. Naturalmente, hay una indeterminación, pero esa indeterminación podría ser, lo mismo que la propia ley del salto cualitativo, justificada mediante sistemas de ecuaciones diferenciales de argumento desviado. Con una advertencia: he indicado que pueden existir puntos de bifurcación en los cuales en lugar de pasar de una estabilidad a otra de complejidad mayor, el sistema alcance una situación ergódica. Aquellos sistemas que sobreviven muestran una organización cada vez mayor, aun a costa de un mayor empleo de energía —y es lo que se observa en la evolución terrestre—, pero es porque otros sistemas lo que han alcanzado ha sido el caos y, consecuentemente, su desaparición o su mera estabilización como restos de especies supervivientes.

Desde un terreno de Dinámica cualitativa cabría la posibilidad de justificar alguna de las afirmaciones engelianas respecto a las leyes de la Dialéctica —si a eso se añaden los procesos de retroalimentación, que posibilitarían justificar los cambios internos en los sistemas, en lugar de la simplificadora fórmula de negación de la negación—, pero lo que no puede sostenerse es que un sistema dinámico social —como cualquier otro sistema dinámico biológico— llegue a alcanzar un nodo a partir del cual se rompa su estructura y llegue al caos. El principio esperanza o utopía marxista no encuentra justificación alguna desde los terrenos conceptuales como tampoco la afirmación de que el conocimiento de las leyes de un sistema dinámico social en un momento determinado tenga que implicar las modificaciones del mismo a voluntad de quien pueda llegar a conocer tales leyes. El demonio de Laplace continúa jugando en este terreno de creencias, pero ahora convertido el demonio en el nuevo filósofo transformador que parece entrañar la Tesis 11 sobre Feuerbach. Ese conocimiento no hace otro papel que el de factor de feed-back en el proceso adaptativo del sistema dinámico social.

Con ello indico que no basta el estudio de los sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales con su topología subyacente para determinar alguna de las leyes del movimiento de los sistemas dinámicos. Habría que completarlo con una auténtica morfología de sistemas en interacción con su medio. Interacción que, en el caso de los sistemas dinámicos sociales, tendría que tener en cuenta no sólo factores económicos sino los conceptuales que cada sistema crea para su mayor cohesión al obligar a internalizarlo a cada uno de sus miembros. Todo lo cual, ciertamente, dificulta el estudio morfogenético del comportamiento adaptativo global, que no sectorial, de cualquier sistema dinámico y convierte en lejana la llegada de la creencia en el conocimiento y control de esos procesos en el caso de los sistemas dinámicos sociales. Lejanía que quizá llegó a vislumbrar Marx y que le condujo, en sus ambivalencias y contradicciones conceptuales, a que prevaleciera el enfoque 'histórico' en un

plano casi estrictamente simbólico y de superación de la realidad mediante los procesos 'revolucionarios' —o creación de nodos en la transformación de los sistemas—. Y es, quizá, el rasgo más relevante, el mesianismo, que no el 'científico', en el marxismo. Dificultad que no impide, sin embargo, el intento de elaborar modelos de carácter cualitativo en las líneas apuntadas, con un proceso de racionalización que se vaya apartando de las condiciones estrictamente simbólicas que hoy condicionan las fuerzas de producción y presiden las relaciones sociales.

Debo terminar señalando que mi expresión, en algunos momentos, parece indicar que es la Dinámica cualitativa la que impone unos determinados comportamientos a los sistemas dinámicos; es en gracia al lenguaje. Todo geómetra sabe que las teorías matemáticas, las estructuras formales que crea no se 'imponen' a la naturaleza, sino que se convierten en parte de esa naturaleza y posibilitan un mejor conocimiento del proceso estructural con el que esa naturaleza se transforma. Que un lector no matemático no obtenga la consecuencia de que por mi expresión se sostiene la tesis 'hegeliana' de que es el pensamiento y, en este caso concreto, de que son los matemáticos, quienes consideran que sus creaciones conceptuales obligan a que la naturaleza se adapte y transforme con arreglo a tales estructuras formales.

BIBLIOGRAFIA

- G. CASANOVA: *La Matemática y el materialismo dialéctico*. Ed. Nal. de Cuba. La Habana, 1965. Sin indicación de traductor ni de fecha original de la obra francesa.
- J. DE LORENZO: *La Matemática y el problema de su historia*. Tecnos, M. 1977.
- ENGELS: *Anti-Düring*. Ed. Grijalbo. México, 1968². Trad. de Manuel Sacristán.
- *Dialéctica de la Naturaleza*. OME, vol. 36. Crítica Ed. Grijalbo, B. 1979. Traducción de W. Rocés.
- MARX: *Contribución a la Crítica de la Economía política*. M. 1970. Trad. de J. Merino. Introducción de M. Dobb; recensiones y cartas de Marx-Engels.
- *La Ideología alemana*. Ed. Grijalbo. B. 1970. Traducción W. Rocés.
- *El Capital*. Ed. FCE, México, 1979¹⁴. Traducción W. Rocés.
- MARX-ENGELS: *La sagrada familia*. Ed. Grijalbo, México, 1962. Traducción W. Rocés.
- *Cartas sobre las ciencias de la naturaleza y las matemáticas*. Ed. Anagrama, B. 1975. Traducción J. Jordá. Traducción de la Presentación a la ed. italiana de 1972 de Lombardo-Radice.
- M. SACRISTÁN: «La tarea de Engels en el 'Anti-Düring'». En *AD*. págs. VII-XXVIII.
- J. ZELENY: *La estructura lógica de 'El Capital' de Marx*. Ed. Grijalbo, B. 1974. Traducción de M. Sacristán.