

LA MATEMATICA COMO ARTE¹¹

JAVIER DE LORENZO

1. Nos reunimos hoy con dos motivos: uno explícito, presentar el último número de TEOREMA dedicado monográficamente a **Filosofía de la Tecnología**, y otro implícito: recordar que fue en 1971 -Marzo de 1971- cuando salió a luz el primer número de la Revista TEOREMA aquí, en Valencia. Y esto último da motivo para homenajear a todo aquel grupo que posibilitó la andadura de esta Revista -una de las pocas, poquísimas revistas de pensamiento que hay en España-, homenaje que, en particular, se traslada a Manuel Garrido.

Un primer número dedicado a confrontar puntos de vista muy diversos acerca, también entonces, de un tema monográfico: **Razón analítica y razón dialéctica**. Y ello porque, según afirman los que aparecen en ese primer número como directores -Garrido y Montero-

Las nuevas generaciones de filósofos europeos se preocupan, cada día más, por la construcción de un nuevo pensamiento racionalista donde la razón ya no es dogma ni anatema sino problema.

Y me corresponde, aquí, hablar de una de las manifestaciones de esa razón convertida en problema: la de una razón constructiva conceptual que, desde su praxis, se plasma en un Hacer muy determinado, el Hacer matemático. Porque no voy a hablar de **La Ciencia como Arte** según reza el Programa, en el que algún demonio maxwelliano trastocó los términos y convirtió "La Matemática" en "La Ciencia". Lamento el error pero, y aunque muy breve, muy esquemáticamente, me centraré en el Hacer matemático.

2. Antes, permítanme que me detenga en este error porque el mismo me lleva a pensar sobre el papel que, en cada momento, pueden tener unos temas determinados y cómo los mismos pueden condicionar hasta el título aportado, hasta los Temas monográficos de una revista como TEOREMA. En 1971, en España, no era tema la Tecnología sino que el ambiente estaba en otra pugna, tan vital como la que hoy pueda representar la razón tecnológica. Un hoy en el que parece quedar marginada -no sé si por disolución más que por

¹ Conferencia en Valencia, UIMP, 9 de febrero de 1999, con motivo de presentar el número monográfico, vol.XVII/3, de **Teorema** dedicado a *Filosofía de la Tecnología*.

solución problemática- la pugna entre razón técnica o analítica y razón dialéctica o materialista.

Entre tanta pugna, el Hacer matemático quedó y queda en un rincón, aparentemente marginado y, si de él se trata en Filosofía de la Matemática al uso -y se han editado en los últimos tiempos varias antologías de ensayos con este título- se observa que más que de Filosofía de la Matemática se trata de Filosofía de la Lógica o de enfoques de carácter reduccionista pretendidamente fundacionalista. Incluso se observa un giro y en lugar de aspectos metodológicos se pasa a aspectos ontológicos y se discute acerca de un realismo comprometido o naturalista, de un convencionalismo o un nominalismo y se quiere que se haga Física o Matemáticas sin números... Una Filosofía de la Matemática en la que difícilmente se encuentra dibujado, representado el Hacer matemático tal como lo hacen y lo han hecho los matemáticos.

En cualquier caso, y en la pugna razón analítica-razón dialéctica o en el predominio actual de la razón tecnológica, el Hacer matemático parece quedar en un rincón, apartado de los temas centrales de cada momento. Y si se indica que se va a hablar de ese Hacer, el demonio maxwelliano lo trastoca en un tema más central, la Ciencia... Es un punto en el que puede tomarse una afirmación de José Sanmartín cuando, al hablar del Nuevo entorno virtual, de la nueva realidad virtual, afirma

Comienza a percibirse, además, una separación drástica entre los que se adaptan y los inadaptados al nuevo orden de cosas. Se está dentro o fuera del nuevo sistema, principalmente, aunque no exclusivamente, según se controle y maneje, o no, la información (*La tecnología en la sociedad de fin de siglo*, **Teorema XVII-3**, 1998, p. 83)

Y quizá el Hacer matemático, quienes lo practican, se pueda concebir como algo inadaptado porque no controlan la información. Para algunos, sintaxis pura sin carga semántica, mera ciencia formal, no proporciona información y, de aquí, su inadaptación al nuevo sistema, aunque también al viejo y queda en su rincón. Aunque quizá quepa una pregunta: ¿o se utiliza una imagen del Hacer matemático precisamente para desinformar o, más bien, desorientar? Lo cual no es otra cosa que preguntar por un posible uso ideológico de un tipo de saber al que, aparentemente, se le despoja del carácter teórico, epistémico que pueda tener.

Uso ideológico que se potencia al estimar que la Ciencia maneje, por modo central, los conceptos cuantitativos o métricos, los ligados a la medida o cuantificación, conceptos que, si desde un punto de vista formal o estructural se quieren morfismos entre estructuras relacionales y cuerpos arquimedianos o espacios vectoriales, se identifican con su valor y, por ello, terminan estimándose como simples números o vectores.

Y, en este uso ideológico también los números se emplean para llenar las páginas de los periódicos con porcentajes, cifras de muertos, salarios y retenciones, número de manifestantes, número de manifestaciones, número de, número de... Números y porcentajes, estadísticas que, por ello mismo, colaboran a conformar esa nueva realidad virtual, esa realidad-real que parece constituir el Nuevo entorno virtual -y retomo a Sanmartín- y donde lo importante parece ser el número de muertos, por ejemplo, en una cierta confrontación y no la información de dicha confrontación.

3. Desde un rincón marginado a los temas centrales, y quizá, o por ello, inadaptado al nuevo orden de cosas, me vuelvo -como siempre- al Hacer matemático que, ciertamente, y en una de sus manifestaciones -pero sólo en una, no en su globalidad-, se me muestra como un Arte o Técnica. Y no sólo dentro de un determinado Ámbito o Burbuja, la Simbólica donde la Matemática adoptó un doble papel: por un lado, simbólico en el cual no voy a entrar aquí, y por otro como elemento constructivo por su condición de arte o técnica que produce un saber o conocimiento práctico-especulativo y, por ello, imbricado en el saber de la *physis*. Una manifestación que va más allá del Ámbito o Burbuja Simbólica, desprendiéndose de las tonalidades simbólicas, el Hacer matemático aparece como un saber práctico-especulativo resultado de lo que en otros lugares he calificado de razón constructiva conceptual o Hacer matemático Figural.

Hay que hacer unas precisiones: el término arte se adopta, aquí, en el sentido primigenio aristotélico de *techne*: es arte o técnica todo hábito productivo de índole racional, principio racional por el que cualquier materia bruta se convierte en cosa artificial. Principio racional constructivo mediante el cual se llega a elaborar un artefacto útil.

Con la precisión de que en Arte, lo primero es la utilidad, no la verdad de lo producido; su finalidad es producir unos artefactos que faciliten la vida, y los artefactos están ahí y no son verdaderos o falsos sino mejor o peor contruidos y mejor o peor adecuados al fin de su construcción, de su fabricación.

Y la *mathesis* es una producción y un producto que se elabora conforme a reglas por las cuales se obtienen unos artefactos o artificios que, a su vez, permiten la construcción de otros artefactos -obra ya material, propia de otro tipo de artesano- que, como objetos artificiales, proporcionen esa facilidad de vida y, por consecuencia, tanto el sentimiento estético de belleza como la felicidad del individuo. El matemático como artesano o artista constructor de artefactos o artificios intelectuales que, por un lado, permiten conformarse a la *physis* y, por otro, contribuyen a la construcción de artefactos materiales:

a. Conformarse a la *physis* y conocerla descriptivamente en el sentido de que desde el Hacer matemático se posibilita calcular latitudes y longitudes, situar un barco en alta mar

y establecer su posible derrota, localizar y dibujar cartas marinas y terrestres, determinar centros de gravedad de curvas y superficies antes de que puedan llevarse a la práctica las construcciones arquitectónicas correspondientes, determinar la posición de una partícula conociendo su velocidad o su aceleración, saber el tiempo de descomposición de una masa radiactiva...

b. Construcción por la cual, y de modo simultáneo, se puede dirigir a otro artista, ahora de saber práctico-productivo y no sólo práctico-especulativo, que materialice lo construido y calculado por el matemático. Y aquí hago referencia a las tesis de Descartes en **El Discurso del método**, tesis que suscribo plenamente.

Lo producido por la razón conceptual especulativa es algo artificial, no natural. Artificio que carece de entidad física o materia operable y que, por ello, se fabrica, como artefacto, por la mente aunque requiera o necesite la apoyatura del signo material, del ideograma que puede ser la cifra o la figura geométrica que se dibuja y borra o la fórmula pero sobre la cual, como objeto en su singularidad, se desarrolla el pensamiento constructivo.

Los productos o artefactos, insisto, los artificios no deben ser valorados por criterios veritativos ni, en principio, éticos. Porque son contruidos conforme a reglas o normas y, por ello, la valoración tendrá en cuenta si se han fabricado en conformidad o disconformidad con tales reglas y con independencia a la intención, a la buena o mala voluntad de quien ejecuta y aplica las reglas, con independencia a las creencias e intenciones del artista; en este caso, del matemático. Y es tema problemático, para algunos, porque se enlaza con la denominada neutralidad del saber científico: si neutralidad en cuanto transformadora de la physis, ninguna; si neutralidad ética en cuanto a su valoración intrínseca, sí porque es artefacto y ha de ser valorado en cuanto a su conformidad o no a las normas o reglas de su fabricación.

Desde este enfoque el matemático, en su Hacer, parte de un objeto o problema en su singularidad concreta y trata de establecer sus propiedades o de resolver dicho problema mediante unas reglas o normas que ha de elaborar en cada caso singular o concreto, mediante la creación de unos principios regulativos. El Hacer matemático aparece, así, como Arte o Técnica, conjunto de habilidades y conocimientos prácticos orientados a la resolución de problemas de origen básicamente prácticos, y cuya resolución permite facilitar la vida.

Con el reconocimiento de que, haciendo camino, también al matemático se le irán presentando problemas en el interior de su propio Hacer, de su praxis. Básicamente, los de establecer las reglas o normas adecuadas, los principios regulativos de cada sector en que vaya desarrollando su praxis y, con ellos, tratar de solucionar los problemas

correspondientes. Lo cual supone doble papel del matemático en su hacer: resolver problemas, establecer las técnicas o reglas, los principios regulativos, para dicha resolución. Pero también valorar, por adecuadas o no, dichas reglas y llegar a establecer, constitutivamente, el campo de juego en el que las mismas tengan cabida.

Principios regulativos que constituyen conocimiento intelectual práctico que se plasma en herramientas como los algoritmos del cálculo aritmético, los procesos geométricos, los logaritmos, las tablas y fórmulas trigonométricas, las reglas de resolución de ecuaciones sean algebraicas o diferenciales... Algoritmos o reglas que se van obteniendo en relación con problemas ligados al conocimiento de la physis.

Principios regulativos y artefactos que van a mostrar un desarrollo fundamental cuando se ligan a los problemas del movimiento en el marco de la Mecánica newtoniana supeditado a la metáfora raíz del mecanicismo. El matemático, en su Hacer, en su praxis, se obliga a la elaboración de principios regulativos de ese movimiento, de lo que el mismo supone en cuanto a trayectorias con sus curvas asociadas, centros de gravedad, longitudes y áreas y volúmenes... aceptando un previo marco métrico-euclídeo, marco que posteriormente llegará a transformar.

4. No me voy a referir a la praxis matemática del Renacimiento que se plasma en logros como los procesos logarítmicos, fórmulas trigonométricas y se mantiene en obras que llevan orgullosamente el título de artes: las **Ars Arithmeticae**. Ni a los intentos de las Artes combinatorias leibnizianas... Voy más allá, al Hacer matemático que se plasma en el Cálculo Superior, en lo que se vino en llamar Matemática trascendente a lo largo del s. XVIII y primeros años del s. XIX y que se mantiene en los momentos actuales.

Para ello, y sin acudir a las series de Fourier ligadas a la distribución de la temperatura estacionaria en una lámina rectangular semi-infinita, es decir al tema de la conducción del calor, ni a las cuestiones enlazadas a la resolución de ecuaciones algebraicas, ni a las funciones elípticas y abelianas con el problema de su periodicidad..., permítanme que simplemente mencione, aquí, la cuestión de las ecuaciones diferenciales.

Se trata en ella, y en general, de determinar una función desconocida mediante datos relacionados a través de una ecuación que contiene, al menos, una de las derivadas de dicha función incógnita. Esa derivada expresa, en realidad, la variación del movimiento o de su aceleración, de la masa de población..., expresa la variación del fenómeno o proceso que trata de representar la función desconocida. Por esa representación estas ecuaciones se convierten en una de las herramientas, de los artificios intelectuales básicos para enfrentarse a los distintos problemas que pueden plantearse en la physis -pero, insisto en este punto, siempre dentro de un determinado marco previo como el mecanicista-.

La búsqueda de un método único y general para resolver las ecuaciones diferenciales se mostró pronto como un empeño ilusorio y los matemáticos trataron de buscar reglas de solución particulares mediante procesos como el de ‘cuadraturas’, es decir, en función de otras funciones consideradas ‘elementales’ cuya integral sea conocida, o por reducción a problemas más simples con ayuda de funciones primitivas que vinieran dadas directamente por las ecuaciones.

Si no hay método general único para la resolución de las distintas ecuaciones diferenciales que se van presentando, los artistas matemáticos han ido creando artificios especiales útiles o adecuados cuando se aplican a ciertos casos. Así, los artificios o reglas de variables separadas, cambio de variables, multiplicación de la ecuación por una función que dé una diferencial total exacta, transformación lineal...

Por otro lado, cada ecuación diferencial da paso a una representación geométrica que constituye lo que se denomina curva integral cuando se representa en sistema de coordenadas cartesiano y que permite hablar de la familia de curvas correspondientes -una para cada valor del parámetro de integración- con su envolvente asociada. Familia de curvas que, de alguna manera, permite visualizar el comportamiento del fenómeno que se estudia bajo la ecuación diferencial correspondiente.

Y ya que estamos en este capítulo, permítanme mencionar una ecuación diferencial y ello como, simplemente, prototipo ejemplar de este tipo de Hacer Figural, artístico: la ecuación de Bernoulli.

Una ecuación de Bernoulli es toda ecuación que puede ponerse en la forma

$$y' + P(x)y + Q(x)y^n = 0$$

con n arbitrario pero $n > 1$, siendo $P(x)$ y $Q(x)$ funciones de la variable x . Es de las primeras ecuaciones diferenciales que surgen en la historia del hacer matemático -Johan Bernoulli en 1695 la publica en *Acta Eruditorum* como reto tras sus estudios sobre la braquistócrona- y va ligada, claramente, a problemas físicos, trayectoria de un punto, minimalización de dicha trayectoria..., en otras palabras, al cálculo variacional.

Como regla para su solución, no como teorema derivativo de tipo alguno, se establece la siguiente:

Supuesto que $y > 0$, lo que constituiría una solución trivial, se divide la ecuación por y^n . Se obtiene

$$1/y^n y' + 1/y^{n-1} P(x) + Q(x) = 0$$

Se hace el cambio de variable -regla sugerida por Leibniz, precisamente, en 1696- $u = 1/y^{n-1}$ con lo cual se pasa a la ecuación

$$1/n-1 u' + u P(x) + Q(x) = 0$$

que es una ecuación lineal respecto a la nueva función incógnita u . La ecuación de Bernoulli se ha reducido a la cuadratura de otra ecuación que, en principio, es más fácil de resolver.

[Sea un ejemplo: $y'-y-xy^2=0$. Se divide por y^2 y se tiene $y'/y^2 - 1/y = x$; se hace el cambio de variable $u=1/y$ con lo cual se llega a la ecuación diferencial lineal $-u'-u=x$. Se resuelve la ecuación homogénea asociada $U'+U=0$ obteniendo $U=e^{-x}$ que es la integral general. Una integral particular se logra mediante el cambio $u=ze^{-x}$ con lo cual $u=1-x+e^{-x}$ y la solución de la ecuación de Bernoulli propuesta queda

$$y=1/1-x+e^{-x}]$$

Es mero ejemplo de un tipo de praxis matemática como arte o técnica productiva-especulativa. Un Hacer matemático conceptual ciertamente, en el que se elaboran unas reglas para la resolución de unos problemas. Reglas que, después, hay que dominar por aprendizaje y no por deducción alguna, para aplicarlas a los mismos tipos de ecuación, de problemas. No hay, en ella, lo que se denominan demostraciones en el sentido actual del término. La demostración, aquí, es una construcción en el sentido kantiano. Y bastaría el ejemplo dado por el propio Kant de la suma de los ángulos de un triángulo.

5. Entornan, a lo hasta ahora expuesto, distintos tipos de problemas. Menciono, esquemáticamente, algunos.

a. Así, y en primer lugar, la posible mecanización de las reglas o algoritmos, de los principios regulativos establecidos en esta técnica. Es uno de los objetivos leibnizianos planteado ya por Pascal quien fabricó su pascaliana como artefacto válido para ayudar a que su padre realizara las cuentas que, como recaudador de impuestos, debía ejecutar. De hecho, a toda función cabe asociar un algoritmo para obtener, dado un argumento, su valor correspondiente. El problema es que esa mecanización algorítmica choca, en el caso de las funciones aritméticas, con el problema de parada.

Sin llegar a este resultado para las funciones recursivas, las que se quieren calculables por procesos mecánicamente efectivos, puede indicarse que el problema no está únicamente en la mecanización del proceso sino en la sabia aplicación del mismo en cada problema concreto, singular. Así, ante una ecuación diferencial dada, se puede sugerir que podría resolverse aplicando el algoritmo del cambio de variable; pero la dificultad se centra en acertar con el cambio de variable adecuado. No basta la regla: hay que tener, junto a una cierta praxis, junto a un conocimiento del tema que se obtiene por la enseñanza, una intuición que permita elegir el cambio de variable adecuado. Y, a veces, ni la intuición basta... y hay que reiterar por ensayo y error hasta acertar.

b. Otro tema ligado a esta manifestación del Hacer Figural, de la razón constructiva conceptual matemática, viene formulado por quienes pretenden una fundamentación de la misma. Fundamentación que vaya más allá de la simple razón pragmática, de la simple utilidad. Deseo de fundamentación, intento de justificar de manera última y definitiva esa praxis, pertenece, desde mi punto de vista, a un Ámbito como el Simbólico más que al estrictamente conceptual. Y es algo que cabe observar en las justificaciones de los mismos cálculos aritméticos.

Como mero ejemplo, la **Ars Arithmeticae** de Juan Martínez Silíceo de 1514 comienza definiendo

La unidad es aquello en virtud [de] lo cual cada cosa individual se dice que es una y se justifica porque toda cosa

sea corpórea o incorpórea, ha de ser necesariamente llamada una en su unidad. Y no está en mi ánimo insistir si la unidad en virtud de la cual el alma gloriosa de Cristo se dice que es una, ha de identificarse con la propia alma o ha de ser distinguida realmente de ella...

Y con este punto de partida, Silíceo afirma que

Un número es un conjunto compuesto de unidades

Así, el dos es el primer número, compuesto de dos unidades; del dos mas la unidad correspondiente resulta el tres... Establecidos los elementos con los que va a realizar el juego, constituido el marco, se van estableciendo las reglas para poder jugar en él: y se empieza por la divisibilidad, sigue la proporcionalidad, la representación gráfica de los números -si pentagonales, piramidales...- y después se llega a las reglas de sumación, sustracción... Todo, plenamente justificado tomando como base la unidad, que no es número sino, quizá, el alma gloriosa... En la misma línea, los intentos de justificación racionalistas en cuanto a las verdades de razón, también gloriosas...

En otra línea se tiene a Kant: la justificación, bien sabida. Es la propia constitución del sujeto epistémico en cuanto a sus facultades de sensibilidad y entendimiento y las condiciones a priori de esa sensibilidad: el espacio métrico euclídeo y el tiempo como parámetro lineal. Es el campo de juego constitutivo en el que pueden regularse las operaciones básicas por los esquemas ostensivo y simbólico...

c. Hay otro punto que querría simplemente apuntar: el saber científico no se constituye únicamente por la metrización o cuantificación. El saber científico se constituye cuando desde lo conceptual se transforman unos determinados artefactos en artefactos científicos con los que convertir conceptos comparativos en magnitudes. Es la balanza la que permite iniciar la química a Lavoisier al transformar una sustancia en materia y buscar

lo característico de la misma, lo que en un primer momento será el peso atómico. Balanza que se verá apoyada, de modo inmediato, en otro artefacto, la pila de Volta con sus procesos de descomposición eléctrica... El barómetro de Pascal permite la Neumática porque con él pueden ponerse en relación presión, volumen, temperatura. Son el barómetro y el termómetro los que conducen al estudio de una parte de la atmósfera identificada con un fluido, de un gas aunque sea ideal como fluido...

Y serán unos artefactos elaborados desde el Hacer matemático en su aspecto Figural los que, en el fondo, permitan el establecimiento de la Mecánica newtoniana como ciencia y no como especulación más o menos simbólica, más o menos representativa de un *sensorium Dei*; una Mecánica en la cual los principios enunciados por Newton se convierten en ecuaciones diferenciales en manos de Euler. Y es gracias a este artefacto práctico-especulativo, gracias al Hacer matemático en su versión de arte o técnica como se plasma una disciplina científica general como la Mecánica y, en su interior, otras subdisciplinas...

6. Bien, el demonio maxwelliano no estaba tan desacertado. He terminado hablando, realmente, de lo que cabría considerar como uno de los elementos auténticamente constitutivos de la Ciencia, elemento constitutivo que, desde mi punto de vista, no resulta otro que el Hacer matemático. A pesar de que ese Hacer quede, en general, en su rincón, bien apartado de los temas especulativos centrales de cada época, de cada momento y aparentemente ajeno a pugnas entre las razones, sean estas analíticas, dialécticas o tecnológicas. Desde su rincón, construye y no sólo contempla...